สารบัญ

บทที่ 01

เซต (Set)

ความหมายของเซต

เซต ใช้ในการกล่าวถึงกลุ่มของสิ่งต่างๆ เช่น เซตของสระในภาษาอังกฤษ ได้แก่ a, e, i, o, u เซตของวันในหนึ่งสัปดาห์ ได้แก่ วันจันทร์ วันอังคาร วันพุธ วันพฤหัสบดี วันศุกร์ วันเสาร์ และวันอาทิตย์

- นิยมใช้ตัวอักษรพิมพ์ใหญ่เป็นชื่อเซต (A, B, C, ...)
- เรียกสิ่งที่อยู่ในเซตว่า สมาชิก (Element)
- ใช้สัญลักษณ์ { } แทนการเขียนเซต
- ใช้สัญลักษณ์ $\in$ แทนคำว่า เป็นสมาชิก และ $\notin$ แทนคำว่า ไม่เป็นสมาชิก เช่น a $\in$ เซตของสระในภาษาอังกฤษ แต่ z $\notin$ เซตของสระในภาษาอังกฤษ
- จำนวนสมาชิกของเซต A เขียนแทนด้วย n(A) เช่น A แทนเซตของวันในหนึ่งสัปดาห์ ดังนั้น n(A) = 7

ข้อควรรู้

เซตของจำนวนที่มักจะกล่าวถึงเสมอ

R หมายถึง จำนวนจริง

R^+ หมายถึง จำนวนจริงบวก

R^- หมายถึง จำนวนจริงลบ

R^0 หมายถึง จำนวนจริงศูนย์

ข้อควรรู้

เซตของจำนวนที่มักจะกล่าวถึงเสมอ

- N เป็นเซตของจำนวนนับ หรือ N = {1, 2, 3, ...}
- P เป็นเซตของจำนวนเฉพาะ หรือ P = {2, 3, 5, 7, 11, 13, ...}
- I เป็นเซตของจำนวนเต็ม หรือ I = {..., -2, -1, 0, 1, 2, ...}
- I^+ เป็นเซตของจำนวนเต็มบวก หรือ I^+ = {1, 2, 3, ...}
- I^- เป็นเซตของจำนวนเต็มลบ หรือ I^- = {..., -3, -2, -1}
- I^0 เป็นเซตของจำนวนเต็มศูนย์ หรือ I^0 = {0}

การเขียนเซต

สามารถเขียนแสดงได้ 2 แบบ ได้แก่

1. การเขียนแบบแจกแจงสมาชิก

เขียนสมาชิกทุกตัวลงใน { } และใช้ , คั่นระหว่างสมาชิกแต่ละตัว

A = {_, _, _, _}

ตัวอย่างโจทย์

จงเขียนเซตของจำนวนนับที่น้อยกว่าหรือเท่ากับ 7 แบบแจกแจงสมาชิก

วิธีทำ จำนวนนับที่น้อยกว่าหรือเท่ากับ 7 ได้แก่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

ดังนั้น เซตของจำนวนนับที่น้อยกว่าหรือเท่ากับ 7 คือ {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7} **ตอบ**

ใช้สูตรเป็น

2. การเขียนแบบบอกเงื่อนไข

ใช้ตัวแปรเขียนแทนสมาชิกของเซต แล้วบรรยายสมบัติของสมาชิกในรูปของตัวแปรหลังเครื่องหมาย | ซึ่งใช้แทนคำว่า โดยที่

A = {ตัวแปร | เงื่อนไข ข้อกำหนด หรือสมการของตัวแปร}

ตัวอย่างโจทย์

จงเขียนเซตของจำนวนเต็มบวกที่ยกกำลังสองแล้วมีค่าน้อยกว่า 9

วิธีทำ กำหนดให้ x แทน สมาชิกในเซต

และจากข้อควรรู้ I^+ แทน เซตของจำนวนเต็มบวก

เมื่อ x เป็นจำนวนเต็มบวก เขียนได้ว่า $x \in I^+$

และ x เป็นจำนวนที่ยกกำลังสองแล้วมีค่าน้อยกว่า 9

เขียนได้ว่า $x^2 < 9$

ดังนั้น เซตของจำนวนเต็มบวกที่ยกกำลังสองแล้วมีค่าน้อยกว่า 9 คือ $\{x \mid x \in I^+, \ x^2 < 9\}$ **ตอบ**

ประเภทของเซต (แบ่งตามจำนวนสมาชิกของเซต)

1. เซตจำกัด (Finite Set) คือ เซตที่เราสามารถบอกจำนวนสมาชิกได้ เช่น A แทนเซตของจำนวนนับที่ไม่เกิน 6 จะได้ว่า A = {1, 2, 3, 4, 5, 6}

2. เซตอนันต์ (Infinite Set) คือ เซตที่ไม่สามารถบอกจำนวนสมาชิกได้ เพราะมีสมาชิกมากมายนับไม่ถ้วน เช่น G แทนเซตของจำนวนเต็มที่มากกว่า -1 จะได้ว่า G = {0, 1, 2, 3, ...} ซึ่งไม่สามารถบอกจำนวนสมาชิกได้

ข้อควรรู้

เซตว่าง (Null Set หรือ Empty Set) คือ เซตที่ไม่มีสมาชิกอยู่เลย (มีจำนวนสมาชิกเท่ากับศูนย์) เช่น เซตของจำนวนเต็มบวกที่น้อยกว่า 0 จะพบว่าเซตดังกล่าวไม่มีสมาชิกอยู่เลย เขียนแทนด้วย { } หรืออาจใช้สัญลักษณ์ ϕ ก็ได้ และเซตว่างเป็นเซตจำกัด

เอกภพสัมพัทธ์

เป็นเซตที่ใช้กำหนดขอบเขตของสิ่งที่กำลังพิจารณา คือ เมื่อกล่าวถึงสมาชิกของเซตจะไม่กล่าวถึงสิ่งอื่นนอกเหนือสมาชิกในเอกภพสัมพัทธ์ที่ระบุ เขียนแทนด้วย U

Note!

ถ้ากล่าวถึงเซตของจำนวนโดยไม่กำหนดเอกภพสัมพัทธ์ ให้ถือว่าเอกภพสัมพัทธ์คือเซตของจำนวนจริง

ตัวอย่างโจทย์

กำหนดให้ $U = \{x \mid x \in I^+\}$ และ $A = \{x \mid x < 8\}$ จงเขียนเซต A แบบแจกแจงสมาชิก

วิธีทำ จาก $U = \{x \mid x \in I^+\}$ หมายถึง เอกภพสัมพัทธ์ คือ จำนวนเต็มบวก (I^+) ได้แก่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, ...
และ $A = \{x \mid x < 8\}$ หมายถึง จำนวนเต็มบวกที่มีค่าน้อยกว่า 8

ดังนั้น $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ **ตอบ**

สับเซต (Subset) และเพาเวอร์เซต (Powerset)

1. สับเซต (Subset)

เป็นเซตย่อยที่แยกสมาชิกออกมาจากเซตเดิม เช่น A = {0, 1, 2, 3, 4, 5} และ B = {2, 4} กล่าวได้ว่า B เป็นสับเซตของ A ดังนั้น หากกล่าวถึงเซต B ที่เป็นสับเซตของเซต A แล้ว จะพบว่า เซต B มีขนาดเล็กกว่าหรือเท่ากับเซต A เสมอ

- ใช้สัญลักษณ์ $\subset$ แทนการเป็นสับเซต และ $\not\subset$ แทนการไม่เป็นสับเซต เช่น A = {1, 2, 3}, B = {2, 3} และ C = {0, 1} แล้ว $B \subset A$ แต่ $C \not\subset A$
- สับเซตแท้ คือ สับเซตทั้งหมดที่ไม่รวมเซตตัวเอง

ข้อควรรู้

1. เซตว่างเป็นสับเซตของทุกๆ เซต
2. เซตทุกเซตเป็นสับเซตของตัวเอง

สูตรการหาจำนวนสับเซต

ให้ A แทนเซตใดๆ และ n(A) แทนจำนวนสมาชิกของเซต A

จำนวนสับเซตทั้งหมดของ A = $2^{n(A)}$

จำนวนสับเซตแท้ทั้งหมดของ A = $2^{n(A)} - 1$

ตัวอย่างโจทย์

กำหนดให้ A = {1, 2, 3} จงหาจำนวนสับเซตและเขียนแสดงสับเซตทั้งหมดของ A

วิธีทำ เซต A มีจำนวนสมาชิก 3 ตัว ได้แก่ 1, 2 และ 3
นั่นคือ n(A) = 3

จากสูตร $\boxed{\text{จำนวนสับเซตทั้งหมดของ A} = 2^{n(A)}}$

แทนค่า จำนวนสับเซตทั้งหมดของ A = 2^3
จำนวนสับเซตทั้งหมดของ A = 8 แบบ

โดยสามารถเขียนสับเซตของ A แบ่งได้ 4 กรณี ดังนี้

กรณีที่ 1 มีสมาชิก 0 ตัว ได้แก่ { } หรือ ϕ
กรณีที่ 2 มีสมาชิก 1 ตัว ได้แก่ {1}, {2} และ {3}
กรณีที่ 3 มีสมาชิก 2 ตัว ได้แก่ {1, 2}, {1, 3} และ {2, 3}
กรณีที่ 4 มีสมาชิก 3 ตัว ได้แก่ {1, 2, 3}

ดังนั้น สับเซตทั้งหมดของ A คือ ϕ, {1}, {2}, {3}, {1, 2}, {1, 3}, {2, 3}, {1, 2, 3} **ตอบ**

ตัวอย่างโจทย์

กำหนดให้ B = {ϕ, {a}, b} จงหาจำนวนสับเซตแท้และเขียนแสดงสับเซตแท้ทั้งหมดของ B

วิธีทำ เซต B มีจำนวนสมาชิก 3 ตัว ได้แก่ ϕ, {a} และ b นั่นคือ
n(B) = 3

จากสูตร $\boxed{\text{จำนวนสับเซตแท้ทั้งหมดของ B} = 2^{n(B)} - 1}$

แทนค่า จำนวนสับเซตแท้ทั้งหมดของ B = $2^3 - 1$

จำนวนสับเซตแท้ทั้งหมดของ B = 7 แบบ

โดยสามารถเขียนสับเซตแท้ของ B แบ่งได้ 3 กรณี ดังนี้

กรณีที่ 1 มีสมาชิก 0 ตัว ได้แก่ { } หรือ ϕ

กรณีที่ 2 มีสมาชิก 1 ตัว ได้แก่ {ϕ}, {{a}} และ {b}

กรณีที่ 3 มีสมาชิก 2 ตัว ได้แก่ {ϕ, {a}}, {ϕ, b} และ {{a}, b}

โดยที่สับเซตแท้จะไม่รวม {ϕ, {a}, b} ซึ่งเป็นเซตเดิม จึงมีเพียง 7 แบบเท่านั้น

ดังนั้น สับเซตแท้ทั้งหมดของ B คือ ϕ, {ϕ}, {{a}}, {b}, {ϕ, {a}}, {ϕ, b}, {{a}, b} **ตอบ**

2. เพาเวอร์เซต (Powerset)

เป็นเซตที่เกิดจากการนำสับเซตทั้งหมดมาอยู่รวมกันในเซตใหม่ เช่น A = {1, 2, 3} มีสับเซตทั้งหมด คือ ϕ, {1}, {2}, {3}, {1, 2}, {1, 3}, {2, 3}, {1, 2, 3} จะเขียนเพาเวอร์เซตของ A ได้เป็น {ϕ, {1}, {2}, {3}, {1, 2}, {1, 3}, {2, 3}, {1, 2, 3}}

- ใช้สัญลักษณ์ P(A) แทนเพาเวอร์เซตของ A
- ใช้สัญลักษณ์ n(P(A)) แทนจำนวนสมาชิกเพาเวอร์เซตของ A

สูตรการหาจำนวนสมาชิกของเพาเวอร์เซต

ให้ A แทนเซตใดๆ และ n(A) แทนจำนวนสมาชิกของเซต A

$$n(P(A)) = 2^{n(A)}$$

ตัวอย่างโจทย์

กำหนดให้ C = {a, b, c} จงหาจำนวนสมาชิกของเพาเวอร์เซตและเพาเวอร์เซตของ C

วิธีทำ จากสูตร $\boxed{n(P(C)) = 2^{n(C)}}$

$$n(P(C)) = 2^3$$

$$n(P(C)) = 8$$

จะได้ จำนวนสมาชิกของเพาเวอร์เซต = 8 ตัว
สับเซตของ C ได้แก่ ϕ, {a}, {b}, {c}, {a, b}, {a, c}, {b, c} และ {a, b, c}

ดังนั้น พาเวอร์เซตของเซต C คือ {ϕ, {a}, {b}, {c}, {a, b}, {a, c}, {b, c} และ {a, b, c}} **ตอบ**

Note!

เทคนิคการตรวจสอบการเป็นสับเซตและเพาเวอร์เซตที่มีความซับซ้อน

เทคนิคการแปลงสัญลักษณ์ให้เข้าใจง่ายขึ้น

เทคนิคที่ 1 พบ $\subset$ ให้เปลี่ยนเป็น $\in$ แล้วถอด { } หรือ P( ) ด้านซ้ายออก

เทคนิคที่ 2 พบ $\in$ ให้เปลี่ยนเป็น $\subset$ แล้วถอด { } หรือ P( ) ด้านขวาออก

ทำเช่นนี้ไปเรื่อยๆ จนพบข้อความที่พิจารณาได้ง่ายขึ้น

ตัวอย่างโจทย์

จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้ว่า**ถูกหรือผิด** เมื่อให้ A, B เป็นเซตจำกัดใดๆ

1) $\phi \in P(A)$

วิธีทำ $\phi \in P(A)$ (เทคนิคที่ 2 พบ $\in$ ให้เปลี่ยนเป็น $\subset$ แล้ว ถอด { } หรือ P( ) ด้านขวาออก)

$\downarrow$

จะได้ $\phi \subset A$

ถูกต้อง เพราะเซตว่างเป็นสับเซตของทุกๆ เซต **ตอบ**

2) $A \in P(A)$

วิธีทำ $A \in P(A)$ (เทคนิคที่ 2 พบ $\in$ ให้เปลี่ยนเป็น $\subset$ แล้ว ถอด { } หรือ P( ) ด้านขวาออก)

$\downarrow$

จะได้ $A \subset A$

ถูกต้อง เพราะเซตทุกเซตเป็นสับเซตของตัวมันเอง **ตอบ**

3) $\{A\} \subset P(A)$

วิธีทำ $\{A\} \subset P(A)$ (เทคนิคที่ 1 พบ $\subset$ ให้เปลี่ยนเป็น $\in$ แล้ว ถอด { } หรือ P( ) ด้านซ้ายออก)

$\downarrow$

$A \in P(A)$ (เทคนิคที่ 2 พบ $\in$ ให้เปลี่ยนเป็น $\subset$ แล้ว ถอด { } หรือ P( ) ด้านขวาออก)

$\downarrow$

$A \subset A$

ถูกต้อง เพราะเซตทุกเซตเป็นสับเซตของตัวมันเอง **ตอบ**

4) ถ้า P(A) ⊂ P(B) แล้ว A ⊂ B

วิธีทำ P(A) ⊂ P(B) (เทคนิคที่ 1 พบ ⊂ ให้เปลี่ยนเป็น ∈ แล้ว ถอด { } หรือ P( ) ด้านซ้ายออก)

↓

A ∈ P(B) (เทคนิคที่ 2 พบ ∈ ให้เปลี่ยนเป็น ⊂ แล้ว ถอด { } หรือ P( ) ด้านขวาออก)

↓

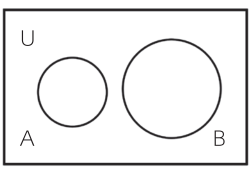
A ⊂ B

ดังนั้น จึงสรุปได้ว่าถ้า P(A) เป็นสับเซตของ P(B) แล้ว A จะเป็นสับเซตของ B ด้วย

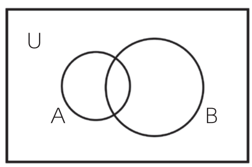
ถูกต้อง ถ้า P(A) ⊂ P(B) แล้ว A ⊂ B **ตอบ**

แผนภาพเวนน์–ออยเลอร์ (Venn-Euler Diagram)

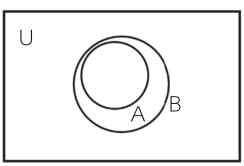
เป็นแผนภาพที่ใช้เขียนแทนเซตต่างๆ ช่วยให้พิจารณาความสัมพันธ์ของเซต โดยทั่วไปจะใช้รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าแทนเอกภพสัมพัทธ์ และเขียนเซตอื่นๆ เป็นวงกลม แบ่งได้หลายกรณีตามภาพด้านล่าง



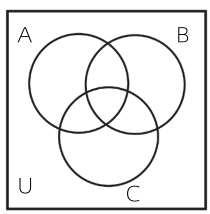
1. A และ B ไม่มีสมาชิกร่วมกัน



2. A และ B มีสมาชิกร่วมกัน



3. A เป็นสับเซตของ B



4. A, B และ C มีสมาชิกร่วมกัน