

สารบัญ

บทที่ 1 ตัวหารร่วมมากและตัวคูณร่วมน้อย 06

1. จำนวนนับ 07
2. ตัวหารร่วมมากและการนำไปใช้ 09
3. ตัวคูณร่วมน้อยและการนำไปใช้ 13
4. ความสัมพันธ์ระหว่าง ห.ร.ม. กับ ค.ร.น. 17

บทที่ 2 ระบบจำนวนเต็ม 18

1. จำนวนเต็ม 19
2. การบวกและการลบจำนวนเต็ม 20
3. การคูณและการหารจำนวนเต็ม 26
4. สมบัติของจำนวนเต็ม 28

บทที่ 3 เลขยกกำลัง 30

1. ความหมายของเลขยกกำลัง 31
2. การดำเนินการของเลขยกกำลัง 35
3. การนำไปใช้ 37

บทที่ 4 พื้นฐานทางเรขาคณิต 40

1. จุด เส้นตรง ส่วนของเส้นตรง
รังสี และมุม 41
2. การสร้างพื้นฐาน 45
3. การสร้างรูปเรขาคณิตอย่างง่าย 53

บทที่ 5 ทศนิยมและเศษส่วน 56

1. ทศนิยมและการเปรียบเทียบ
ทศนิยม 57
2. การบวกและการลบทศนิยม 59
3. การคูณและการหารทศนิยม 64
4. เศษส่วนและการเปรียบเทียบเศษส่วน 67
5. การบวกและการลบเศษส่วน 68
6. การคูณและการหารเศษส่วน 71
7. ความสัมพันธ์ระหว่างเศษส่วน
กับทศนิยม 73

บทที่ 6 การประมาณค่า 75

1. ค่าประมาณ 76
2. การปัดเศษ 78
3. การประมาณค่า 80

บทที่ 7 คู่อันดับและกราฟ 82

1. คู่อันดับและกราฟของคู่อันดับ 83
2. กราฟของสมการเชิงเส้นสองตัวแปร 86
3. กราฟและการนำไปใช้ 93

บทที่ 8 สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว 96

1. รูปแบบและความสัมพันธ์ 97
2. คำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว 98
3. การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและ
การนำไปใช้ 99

บทที่ 9 ความสัมพันธ์ระหว่างรูป เรขาคณิตสองมิติและสามมิติ 110

1. ภาวนและหน้าตัดของรูปเรขาคณิต
สามมิติ 111
2. ภาวนที่ได้จากการมองทางด้านบน
ด้านหน้า และด้านข้างของรูปเรขาคณิต
สามมิติ 116
3. รูปเรขาคณิตที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์ 117

บทที่ 10 อัตราส่วนและร้อยละ 118

1. อัตราส่วนและอัตราส่วนที่เท่ากัน 119
2. สัดส่วน 123
3. ร้อยละ (เปอร์เซ็นต์) 127

บทที่ 11 การวัด 133

1. การวัดความยาว 135
2. การวัดพื้นที่ 139
3. การวัดปริมาตรและน้ำหนัก 151
4. การวัดเวลา 154

บทที่ 12 แผนภูมิรูปวงกลม 156

1. การวาดแผนภูมิรูปวงกลม 157
2. การอ่านแผนภูมิรูปวงกลม 160

บทที่ 13 การแปลงทางเรขาคณิต 165

1. การเลื่อนขนาน 166
2. การสะท้อน 170

3. การหมุน	174	4. ปริมาตรของทรงกลม	238
4. การแปลงทางเรขาคณิตหลายๆ ลักษณะ	177	5. น้ำที่ผิว	240
บทที่ 14 ความเท่ากันทุกประการ	178	บทที่ 19 ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร	246
1. ความเท่ากันทุกประการของ รูปเรขาคณิต	179	1. ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร	247
2. ความเท่ากันทุกประการของ รูปสามเหลี่ยม	180	2. การแก้ระบบสมการเชิงเส้น สองตัวแปร	252
3. ความสัมพันธ์ของรูปสามเหลี่ยม สองรูปแบบต่างๆ	182	3. โจทย์สมการเชิงเส้นสองตัวแปร	254
4. การนำสมบัติความเท่ากันทุกประการ ไปใช้	186	บทที่ 20 ความคล้าย	258
บทที่ 15 ทฤษฎีบทพีทาโกรัส	188	1. รูปเรขาคณิตที่คล้ายกัน	259
1. สมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากและ ทฤษฎีบทพีทาโกรัส	189	2. รูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน	261
2. บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส	190	3. การนำไปใช้	266
3. การหาความยาวของรูปสามเหลี่ยม มุมฉาก เมื่อทราบความยาวด้าน หนึ่งด้านเดียว	192	บทที่ 21 อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	268
4. การนำไปใช้	193	1. อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	269
บทที่ 16 ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับ จำนวนจริง	199	2. การแก้อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	272
1. จำนวนตรรกยะและอตรรกยะ	200	3. โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอสมการ เชิงเส้นตัวแปรเดียว	276
2. สมบัติของจำนวนจริง	203	บทที่ 22 ความน่าจะเป็น	280
3. รากที่สอง รากที่สาม และ รากที่ n	204	1. การทดลองสุ่มและเหตุการณ์	281
บทที่ 17 เส้นขนาน	212	2. การหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์	286
1. เส้นขนานและมุมภายใน	214	3. ความน่าจะเป็นกับการตัดสินใจ	291
2. เส้นขนานและมุมแย้ง	217	บทที่ 23 สถิติ	292
3. เส้นขนานและมุมภายนอกกับ มุมภายใน	221	1. ข้อมูลและการนำเสนอข้อมูล	293
4. เส้นขนานและรูปสามเหลี่ยม	225	2. ค่ากลางของข้อมูล	301
บทที่ 18 พื้นที่ผิวและปริมาตร	226	บทที่ 24 ทักษะและกระบวนการทาง คณิตศาสตร์	307
1. รูปเรขาคณิตสามมิติ	227	1. การพัฒนาทักษะและกระบวนการ ทางคณิตศาสตร์	308
2. ปริมาตรของปริซึมและทรงกระบอก	230	2. ทักษะและกระบวนการทาง คณิตศาสตร์ตรีโกณมิติ	309
3. ปริมาตรของนรีระมิดและกรวย	235	3. การแก้ปัญหาและการนำไปใช้	315

ตัวหารร่วมมากและตัวคูณร่วมน้อย

$\times 1 + 2 = ?$
 $= 4 \div 5$

- จำนวนนับ
- ตัวหารร่วมมากและการนำไปใช้
- ตัวคูณร่วมน้อยและการนำไปใช้
- ความสัมพันธ์ระหว่าง ห.ร.ม. กับ ค.ร.น.

1. จำนวนนับ

- ▶ จำนวนนับ ได้แก่ 1, 2, 3, ...
- ▶ ตัวประกอบของจำนวนนับ คือ จำนวนที่หารจำนวนนับนั้นๆ ได้ลงตัว เช่น

NOTE:
0 ไม่เป็นจำนวนนับ

1 เป็นตัวประกอบของ 7 เพราะ 1 หาร 7 ได้ลงตัว
7 เป็นตัวประกอบของ 7 เพราะ 7 หาร 7 ได้ลงตัว
ดังนั้น ตัวประกอบทั้งหมดของ 7 คือ 1 และ 7

- ▶ ตัวประกอบร่วมของจำนวนนับตั้งแต่ 2 จำนวนขึ้นไป (ตัวหารร่วม) คือ ตัวหารที่สามารถหารจำนวนนับทั้งหมดได้ลงตัว เช่น

ตัวประกอบของ 7 คือ 1 และ 7
ตัวประกอบของ 14 คือ 1, 2, 7 และ 14
ดังนั้น ตัวประกอบร่วมของ 7 และ 14 คือ 1 และ 7



- ▶ จำนวนเฉพาะ คือ จำนวนที่มีตัวประกอบเพียง 2 ตัว คือ 1 และตัวมันเอง เช่น

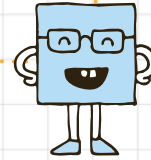
2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, ...

จำนวนเฉพาะตั้งแต่ 1-100

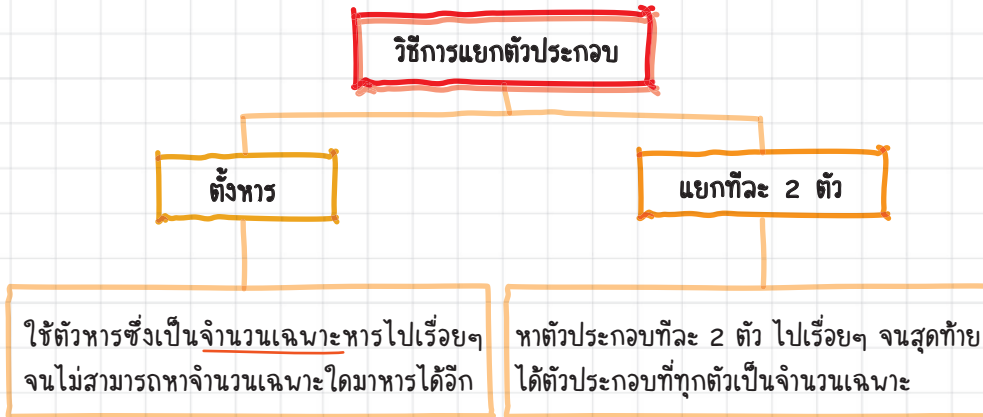
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

- ▶ ตัวประกอบเฉพาะ คือ ตัวประกอบที่เป็นจำนวนเฉพาะ เช่น

ตัวประกอบทั้งหมดของ 8 คือ 1, 2, 4 และ 8
 จะเห็นว่า 2 เป็นจำนวนเฉพาะ
 ดังนั้น ตัวประกอบเฉพาะของ 8 คือ 2



- ▶ วิธีการแยกตัวประกอบ



Ex 1 จงแยกตัวประกอบของ 100 โดยวิธีตั้งหาร

Sol

2	100
2	50
5	25
	5

ดังนั้น ตัวประกอบของ 100 คือ
 $2 \times 2 \times 5 \times 5 = 2^2 \times 5^2$ Ans

Ex 2 จงแยกตัวประกอบของ 100 โดยการแยกทีละ 2 ตัว

Sol

```

  graph TD
    100 --- 5
    100 --- 20
    20 --- 2
    20 --- 10
    10 --- 2
    10 --- 5
  
```

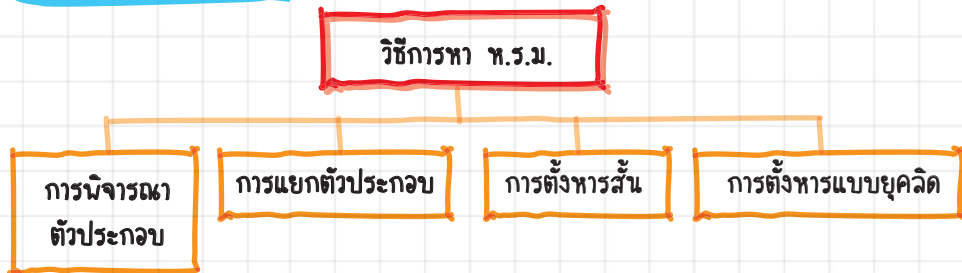
ดังนั้น ตัวประกอบของ 100 คือ
 $2 \times 2 \times 5 \times 5 = 2^2 \times 5^2$ Ans

Trick! เวลาแยกตัวประกอบทีละ 2 ตัว 1 ใน 2 ของจำนวนที่แยกออกมาควรเป็นจำนวนเฉพาะ

2. ตัวหารร่วมมากและการนำไปใช้

▶ ตัวหารร่วมมาก (ท.ร.ม.) คือ ตัวประกอบร่วมที่มีค่ามากที่สุดของจำนวนนับกลุ่มหนึ่ง

1. วิธีการหา ท.ร.ม.



▶ การพิจารณาตัวประกอบ

Ex 3 จงหา ท.ร.ม. ของ 27 และ 36

Sol ตัวประกอบของ 27 คือ 1, 3, 9, 27

ตัวประกอบของ 36 คือ 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36

ตัวประกอบร่วมที่มากที่สุดคือ 9

ดังนั้น ท.ร.ม. ของ 27 และ 36 คือ 9 Ans

Trick! ถ้าตัวประกอบมีค่าถึงครึ่งหนึ่งของจำนวนที่กำลังสนใจแล้ว จะไม่มีจำนวนใดสามารถหารจำนวนนั้นได้อีกนอกจากตัวมันเอง

▶ การแยกตัวประกอบ

Ex 4 จงหา ท.ร.ม. ของ 12 และ 20

Sol แยกตัวประกอบของ 12 และ 20 ได้ดังนี้

$$12 = 2 \times 2 \times 3$$

$$20 = 2 \times 2 \times 5$$

ตัวประกอบที่ซ้ำกันให้นำมาใช้แค่ 1 ตัว ส่วนตัวประกอบที่ไม่ซ้ำกัน ไม่ต้องนำมาใช้

ดังนั้น ท.ร.ม. ของ 12 และ 20 คือ $2 \times 2 = 4$ Ans

▶ การตั้งหารสั้น ← เป็นวิธียอดนิยม

Ex 5 จงหา ห.ร.ม. ของ 72 และ 84

Sol

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)72} \quad 84 \\ 2 \overline{)36} \quad 42 \\ 3 \overline{)18} \quad 21 \\ \underline{\quad 6} \quad \underline{\quad 7} \end{array}$$

ดังนั้น ห.ร.ม. ของ 72 และ 84 คือ $2 \times 2 \times 3 = 12$ Ans

Trick!

- ตัวเลขที่นำมาหารต้องเป็นจำนวนเฉพาะที่สามารถหารทุกจำนวนได้ลงตัว โดยในที่นี้จะเริ่มใช้ 2 หรือ 3 หารก่อนก็ได้
- การหารจะจบลงเมื่อไม่มีจำนวนเฉพาะใดหารจำนวนทั้งหมดได้อีก
- ห.ร.ม. คือ ผลคูณของจำนวนเฉพาะที่นำไปหารในแต่ละขั้นตอน

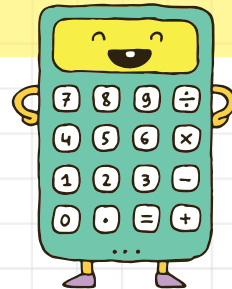
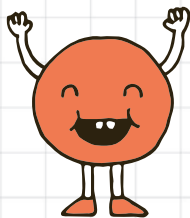
▶ การตั้งหารแบบขุคลิด

Ex 6 การหา ห.ร.ม. ของ 114 และ 437

Sol ตั้งหารโดยการนำค่าน้อยไว้ทางซ้ายมือและนำค่ามากไว้ทางขวามือ

		1	114	437	3	← <u>ขั้นที่ 1</u> นำ 114 หาร 437 ได้มากที่สุด 3 ครั้ง
<u>ขั้นที่ 4</u>	นำ 95 หาร 114 ได้มากที่สุด 1 ครั้ง		95	342		← <u>ขั้นที่ 2</u> ใส่ผลคูณของ 114×3 ลงไป
<u>ขั้นที่ 5</u>	นำ $114 - 95 = 19$	19	95		5	← <u>ขั้นที่ 3</u> นำ $437 - 342 = 95$
<u>ขั้นที่ 9</u>	ห.ร.ม. = 19		95			← <u>ขั้นที่ 6</u> นำ 19 หาร 95 ได้มากที่สุด 5 ครั้ง
			<u>0</u>			← <u>ขั้นที่ 7</u> ใส่ผลคูณของ 19×5 ลงไป
						← <u>ขั้นที่ 8</u> $95 - 95 = 0$

ดังนั้น ห.ร.ม. ของ 114 และ 437 คือ 19 Ans



2. การนำ ห.ร.ม. ไปใช้

- ▶ ทำเศษส่วนให้เป็นเศษส่วนอย่างต่ำ

Ex 7 จงทำ $\frac{20}{25}$ ให้เป็นเศษส่วนอย่างต่ำ

Sol ทหา ห.ร.ม. ของ 20 และ 25 ได้ 5

$$\frac{20}{25} = \frac{20 \div 5}{25 \div 5} = \frac{4}{5}$$

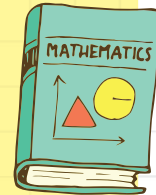
ดังนั้น เศษส่วนอย่างต่ำของ $\frac{20}{25}$ คือ $\frac{4}{5}$ Ans

- ▶ ใช้ในโจทย์ปัญหาที่ต้องแบ่งจำนวนออกเป็นส่วนๆ แต่ละส่วนเท่ากัน (มักมีคำว่ามากที่สุด ในโจทย์)

Ex 8 โจทย์ที่ขอบอกสอบ

มีเชือก 3 เส้น ยาว 108, 204 และ 360 เมตร ตามลำดับ ถ้าต้องการตัดเชือกทั้งสามให้มีความยาวเท่าๆ กัน และตัดให้มีความยาวมากที่สุดเท่าที่จะทำได้ จะได้เชือกที่มีความยาวเท่าไร และจะได้ทั้งหมดกี่เส้น

Sol	2	108	204	360
	2	54	102	180
	3	27	51	90
		9	17	30



ดังนั้น จะได้เชือกที่มีความยาว $2 \times 2 \times 3 = 12$ เมตร

และจะได้เชือกทั้งหมด $9 + 17 + 30 = 56$ เส้น Ans

MEMO

Ex 9 โจทย์การหา ห.ร.ม. แบบมีเศษ

จงหาจำนวนมากที่สุดที่หาร 482 และ 947 แล้วเหลือเศษ 2 เท่ากัน

Sol $482 - 2 = 480$ กับ $947 - 2 = 945$

$$\begin{array}{r} 5 \overline{)480} \quad 945 \\ 3 \overline{)96} \quad 189 \\ \hline 32 \quad 63 \end{array}$$

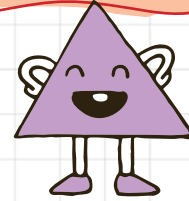
ห.ร.ม. ของ 480 และ 945

$$\text{คือ } 5 \times 3 = 15$$

ดังนั้น จำนวนมากที่สุดที่หาร 482 และ 947 แล้วเหลือเศษ 2 คือ 15 Ans

Trick!

ถ้าต้องการหาจำนวนมากที่สุดที่หารจำนวนใดๆ แล้วเหลือเศษให้นำจำนวนใดๆ มาลบเศษก่อน แล้วจึงนำไปหา ห.ร.ม.



Ex 10 โจทย์การหาพื้นที่แบบมี ห.ร.ม. เกี่ยวข้อง

มีกระดาษกว้าง 105 เซนติเมตร ยาว 150 เซนติเมตร ถ้าต้องการตัดกระดาษนี้ให้เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ที่มีด้านยาวที่สุดเท่าที่จะยาวได้และไม่เหลือเศษกระดาษเลย จะตัดได้กี่แผ่น

Sol หา ห.ร.ม. ของ 105 และ 150

$$\begin{array}{r} 5 \overline{)105} \quad 150 \\ 3 \overline{)21} \quad 30 \\ \hline 7 \quad 10 \end{array}$$

ห.ร.ม. ของ 105 และ 150 คือ $5 \times 3 = 15$

หมายความว่า จะตัดได้กระดาษรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

ที่มีความยาวด้านละ 15 เซนติเมตร

พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสแต่ละรูป คือ $15 \times 15 = 225$ ตารางเซนติเมตร

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น ตัดกระดาษได้ทั้งหมด} &= \frac{\text{พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า}}{\text{พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส}} = \frac{105 \times 150}{225} \\ &= 70 \text{ รูป } \underline{\text{Ans}} \end{aligned}$$

Ex 11 โจทย์เรื่องความยาวแบบมี ห.ร.ม. เกี่ยวข้อง

สวนล้อมรั้วแห่งหนึ่งเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า กว้าง 180 เมตร ยาว 255 เมตร ต้องการปลูกต้นไม้ในสวนแห่งนี้ โดยปลูกให้ต้นไม้แต่ละต้นมีระยะห่างเท่ากัน และห่างจากริมรั้วเท่ากับระยะห่างจากต้นอื่นๆ ด้วย จะปลูกต้นไม้ได้อย่างน้อยกี่ต้น

Sol หา ห.ร.ม. ของ 180 และ 255

$$\begin{array}{r} 5 \overline{) 180} \quad 255 \\ \underline{3} \quad 36 \quad 51 \\ \underline{12} \quad 17 \end{array}$$

$$\text{ห.ร.ม.} = 5 \times 3 = 15$$

หมายความว่าระยะห่างของต้นไม้แต่ละต้นคือ 15 เมตร

แบ่งด้านกว้างได้ $\frac{180}{15} = 12$ ช่อง ซึ่งก็คือปลูกต้นไม้ (ระหว่างช่อง) ได้ 11 ต้น

แบ่งด้านยาวได้ $\frac{255}{15} = 17$ ช่อง ซึ่งก็คือปลูกต้นไม้ (ระหว่างช่อง) ได้ 16 ต้น



ดังนั้น สามารถปลูกต้นไม้ได้อย่างน้อย $11 \times 16 = 176$ ต้น Ans

3. ตัวคูณร่วมน้อยและการนำไปใช้

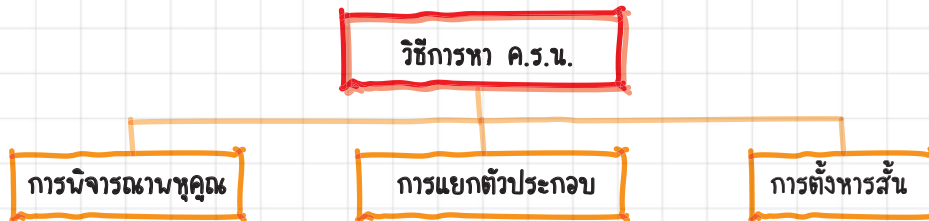
- ▶ จากที่ทราบกันไปแล้วว่า 7 เป็นตัวประกอบของ 14 ในทางกลับกัน 14 เป็นพหุคูณของ 7 ดังนั้นจำนวนนับที่หารด้วยจำนวนนับที่กำหนดให้ลงตัวคือ พหุคูณของจำนวนนับที่กำหนดให้ เช่น

พหุคูณของ 7 คือ 7, 14, 21, 28, 35, 42, 49, 56, ...

พหุคูณของ 14 คือ 14, 28, 42, 56, ...

จะเห็นว่าบางจำนวนที่เป็นพหุคูณของทั้ง 7 และ 14 เช่น 14, 28, 42, 56, ... หรือเรียกว่าเป็นพหุคูณร่วมของ 7 และ 14 พหุคูณร่วมที่มีค่าน้อยที่สุดคือ 14 เราเรียกจำนวนที่น้อยที่สุดนี้ว่า **ตัวคูณร่วมน้อย (ค.ร.น.)**

1. วิธีการหา ค.ร.น.



▶ การพิจารณาพหุคูณ

Ex 12 จงหา ค.ร.น. ของ 3 และ 6

Sol พหุคูณของ 3 คือ 3, 6, 9, 12, 18, ...

พหุคูณของ 6 คือ 6, 12, 18, ...

พหุคูณร่วมของ 3 และ 6 คือ 6, 12, 18, ...

และพหุคูณร่วมตัวที่น้อยที่สุดคือ 6

ดังนั้น ค.ร.น. ของ 3 และ 6 คือ 6 Ans

▶ การแยกตัวประกอบ

Ex 13 จงหา ค.ร.น. ของ 10, 20 และ 25

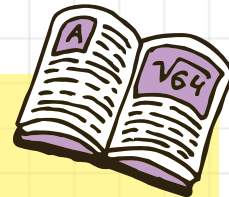
Sol

$$10 = 2 \times 5$$

$$20 = 2 \times 2 \times 5$$

$$25 = 5 \times 5$$

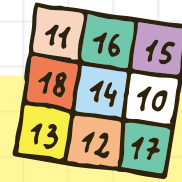
ดังนั้น ค.ร.น. ของ 10, 20 และ 25 คือ $2 \times 2 \times 5 \times 5 = 100$ Ans



Trick!

- ตัวประกอบเหมือนกัน 2 ตัว นำมา 1 ตัว
- ตัวประกอบเหมือนกัน 3 ตัว นำมา 1 ตัว
- ตัวประกอบไม่เหมือนกัน นำมาทุกตัว

► การตั้งหารสั้น ← เป็นวิธียอดนิยม



Ex 14 จงหา ค.ร.น. ของ 15, 25 และ 30

Sol	5	15	25	30
	3	3	5	6
	5	1	5	2
	2	1	1	2
		1	1	1

ดังนั้น ค.ร.น. ของ 15, 25 และ 30 คือ $2 \times 3 \times 5 \times 5 = 150$ **Ans**

Trick!

- ตัวเลขที่นำมาหารต้องเป็นจำนวนเฉพาะ
- จำนวนเฉพาะที่นำมาหารไม่จำเป็นต้องหารได้ทุกจำนวน จำนวนใดหารไม่ได้ก็ให้ตั้งลงมาเลย
- การหารจะจบลงเมื่อบรรทัดสุดท้ายกลายเป็น 1 ทั้งหมด
- ค.ร.น. คือ ผลคูณของจำนวนเฉพาะที่นำมาหารทั้งหมด



2. การนำ ค.ร.น. ไปใช้

► ใช้ในการบวกลบเศษส่วน

Ex 15 จงหาผลลัพท์ของ $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4}$

Sol หา ค.ร.น. ของ 2, 3 และ 4 ได้เท่ากับ 12
ทำส่วนของทุกจำนวนให้เท่ากับ 12

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น } \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} &= \frac{1 \times 6}{2 \times 6} + \frac{1 \times 4}{3 \times 4} - \frac{1 \times 3}{4 \times 3} \\ &= \frac{6}{12} + \frac{4}{12} - \frac{3}{12} = \frac{7}{12} \quad \text{Ans} \end{aligned}$$

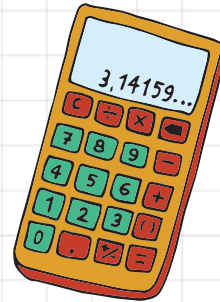
- ▶ ใช้คำนวณเมื่อต้องหาจุดที่จะมาบรรจบกันของงานหลายๆ งานที่มีจุดเริ่มต้นพร้อมกัน แต่ใช้ระยะเวลาในการทำงานต่างกัน (มักมีคำว่าน้อยที่สุดในโจทย์)

Ex 16 โจทย์ที่หอบอกสอบ

จำนวนน้อยที่สุดที่นำ 3, 5 และ 7 ไปหาร แล้วลงตัวทั้งหมดคือจำนวนใด

Sol

3		3	5	7
5		1	5	7
7		1	1	7
1		1	1	1



ดังนั้น จำนวนน้อยที่สุดที่นำ 3, 5 และ 7 ไปหารแล้วลงตัวทั้งหมดคือ 105 Ans

Ex 17 โจทย์หา ค.ร.น. แบบมีเศษ

จำนวนน้อยที่สุดที่นำ 6, 8 และ 10 ไปหารแล้วเหลือเศษ 3 ทั้งหมดคือจำนวนใด

Sol

2		6	8	10
3		3	4	5
5		1	4	5
2		1	4	1
2		1	2	1
1		1	1	1

Trick!

การหาจำนวนน้อยที่สุดที่นำจำนวนใดๆ ที่กำหนดมาให้หารแล้วเหลือเศษ ให้นำตัวเลขที่เป็นเศษมาบวก ค.ร.น. ที่ทำได้

ค.ร.น. ของ 6, 8 และ 10 คือ $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 120$
 แต่โจทย์ต้องการจำนวนที่เมื่อนำ 6, 8 และ 10 ไปหารแล้วเหลือเศษ 3 จึงต้องนำ $120 + 3 = 123$

ดังนั้น จำนวนน้อยที่สุดที่นำ 6, 8 และ 10 ไปหารแล้วเหลือเศษ 3 ทั้งหมดคือ 123 Ans

Ex 18 โจทย์หา ค.ร.น. ที่เกี่ยวกับเวลา

นาฬิกา 3 เรือน ตั้งตรงกันที่เวลา 8.00 น. และให้แต่ละเรือนปลุกทุก 15 นาที, 30 นาที และ 1 ชั่วโมง ตามลำดับ อีกนานเท่าไรนาฬิกาทั้งสามเรือนจึงจะปลุกพร้อมกัน และจะปลุกพร้อมกันที่เวลาเท่าไร

Sol

3	15	30	60	← 1 ชั่วโมง = 60 นาที
5	5	10	20	
2	1	2	4	
2	1	1	2	
	1	1	1	

ค.ร.น. ของ 15, 30 และ 60 คือ $2 \times 2 \times 3 \times 5 = 60$

ดังนั้น นาฬิกา 3 เรือน จะใช้เวลา 60 นาที หรือ $\frac{60}{60} = 1$ ชั่วโมง จึงจะปลุกพร้อมกันอีกครั้ง และนาฬิกาทั้งสามเรือนจะปลุกพร้อมกันในเวลา $8.00 + 1.00 = 9.00$ นาฬิกา Ans

4. ความสัมพันธ์ระหว่าง ห.ร.ม. กับ ค.ร.น.

- ▶ ความสัมพันธ์ระหว่าง ห.ร.ม. กับ ค.ร.น. ของจำนวนนับสองตัวใดๆ เมื่อ a และ b เป็นจำนวนนับใดๆ คือ

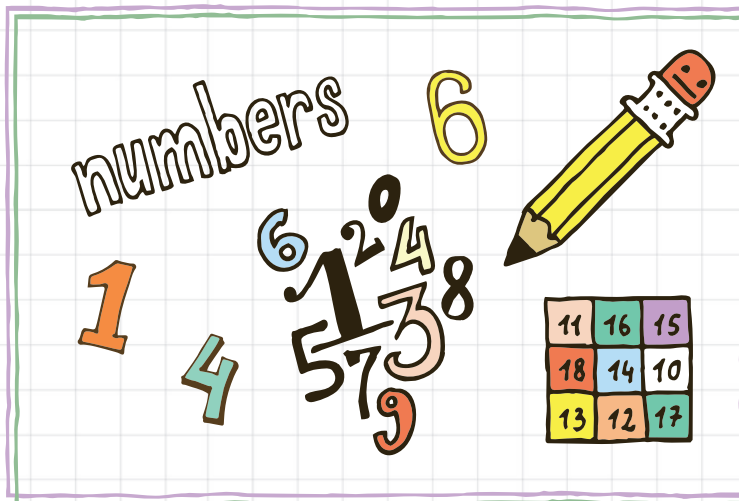
$$(\text{ห.ร.ม. ของ } a \text{ และ } b) \times (\text{ค.ร.น. ของ } a \text{ และ } b) = a \times b$$

Ex 19 ผลคูณของ ห.ร.ม. และ ค.ร.น. ของจำนวนนับ a และ b เท่ากับ 60 ถ้า $b = 15$ แล้ว a มีค่าเท่าไร

Sol จากสูตร (ห.ร.ม. ของ a และ b) \times (ค.ร.น. ของ a และ b) = $a \times b$
แทนค่าจะได้ $60 = 15 \times a$
 $a = \frac{60}{15}$
 $a = 4$

ดังนั้น a มีค่าเท่ากับ 4 Ans

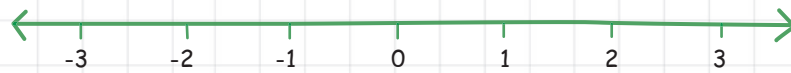
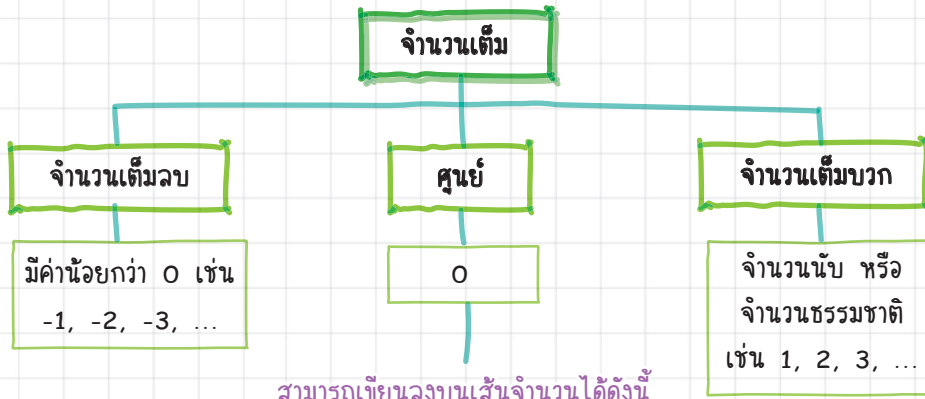
ระบบจำนวนเต็ม



- จำนวนเต็ม
- การบวกและการลบจำนวนเต็ม
- การคูณและการหารจำนวนเต็ม
- สมบัติของจำนวนเต็ม

1. จำนวนเต็ม

▶ คือ จำนวนที่ประกอบไปด้วยจำนวนเต็มบวก ศูนย์ และจำนวนเต็มลบ



▶ การเปรียบเทียบจำนวนเต็ม

เมื่อเปรียบเทียบจำนวนเต็มโดยใช้เส้นจำนวน จำนวนที่อยู่ทางขวามือจะมีค่ามากกว่าจำนวนที่อยู่ทางซ้ายมือเสมอ



จากเส้นจำนวนด้านบนจะเห็นได้ว่า 3 มีค่ามากกว่า 1 และ -1 มีค่ามากกว่า -3

Trick!

เวลาเปรียบเทียบจำนวนเต็มด้วยการนิยามตัวเลข อาจใช้หลักการดังนี้
ตัวเลขเป็นบวก ถือว่ามีเงิน เช่น 5 คือ มีเงิน 5 บาท
ตัวเลขเป็นลบ ถือว่ามีหนี้ เช่น -5 คือ มีหนี้ 5 บาท
เมื่อเปรียบเทียบค่าบวกกับค่าลบ เช่น -5 กับ 5 มีเงิน 5 บาท ย่อมมีค่ามากกว่า
ติดหนี้ 5 บาท ดังนั้น 5 มากกว่า -5

2. การบวกและการลบจำนวนเต็ม

1. ค่าสัมบูรณ์

- ▶ ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเต็ม (เขียนแทนได้ด้วยสัญลักษณ์ $|\dots|$) หาได้จากระยะที่จำนวนนั้นอยู่ห่างจากศูนย์บนเส้นจำนวน

Ex 1 จงหาค่าสัมบูรณ์ของ 4 ($|4|$)

Sol 4 อยู่ห่างจาก 0 เป็นระยะ 4 หน่วย ดังรูป



ดังนั้น ค่าสัมบูรณ์ของ 4 (เขียนแทนได้ด้วยสัญลักษณ์ $|4|$) คือ 4 **Ans**

Ex 2 จงหาค่าสัมบูรณ์ของ -4 ($|-4|$)

Sol -4 อยู่ห่างจาก 0 เป็นระยะ 4 หน่วย ดังรูป



ดังนั้น ค่าสัมบูรณ์ของ -4 (เขียนแทนได้ด้วยสัญลักษณ์ $|-4|$) คือ 4 **Ans**

Trick!

ตัวเลขใดๆ เมื่ออยู่ภายใต้เครื่องหมายค่าสัมบูรณ์ ผลลัพธ์ที่ได้ออกมาจะเป็นบวกทั้งหมด เช่น

$$|89| = 89$$

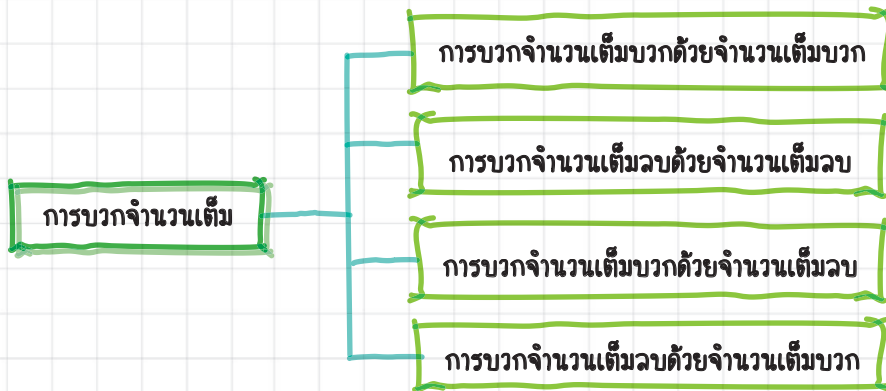
$$|0| = 0$$

$$|-115| = 115$$

ในทางกลับกัน \times ที่อยู่ภายใต้เครื่องหมายค่าสัมบูรณ์ อาจมีค่าเป็นบวก ศูนย์ หรือลบก็ได้ เช่น

$$|x| \begin{cases} \text{มีค่าเป็นบวก} & \text{เมื่อ } x > 0 \\ \text{มีค่าเป็นศูนย์} & \text{เมื่อ } x = 0 \\ \text{มีค่าเป็นลบ} & \text{เมื่อ } x < 0 \end{cases}$$

2. การบวกจำนวนเต็ม



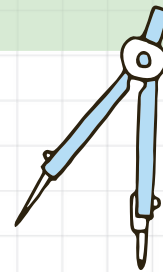
▶ การบวกจำนวนเต็มบวกด้วยจำนวนเต็มบวก ← เป็นเรื่องที่เคยเรียนมาตั้งแต่ชั้นประถม

Ex 3 $3 + 1$ มีค่าเท่าไร



Sol นับจากศูนย์ไปทางด้านบวก 3 หน่วย จากนั้นนับต่อไปอีก 1 หน่วย จะไปสิ้นสุดที่ 4 ดังนั้น $3 + 1 = 4$ **Ans**

Trick! จากโจทย์ $3 + 1$ มีค่าเท่าไร อาจคิดดังนี้ มีเงิน 3 บาท แล้วได้เพิ่มมาอีก 1 บาท สุดท้ายจะมีเงิน 4 บาท คือ 4 นั่นเอง



Ex 4 $21 + 10$ มีค่าเท่าไร

Sol $21 + 10$ ให้คิดว่ามีเงิน 21 บาท ได้เพิ่มมาอีก 10 บาท จะมีเงินทั้งหมด 31 บาท ดังนั้น $21 + 10 = 31$ **Ans**