

คณิตศาสตร์ 1 (วิทย์) 9 วิชาสามัญ ปี'58

ตอนที่ 1 แบบบรรยายคำตอบที่เป็นตัวเลข จำนวน 10 ข้อ

ข้อละ 2 คะแนน รวม 20 คะแนน

1. กำหนดให้ $P(x) = ax^2 + 9x - 5$ เมื่อ a เป็นจำนวนจริง

ถ้า $x-1$ หาร $P(x)$ แล้วเหลือเศษ 6 รากที่เป็นจำนวนจริงบวกของสมการ $P(x) = 0$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

2. กำหนดให้ $m, n \in \{100, 101, \dots, 200\}$

ถ้า ห.ร.ม. และ ค.ร.น. ของ m, n คือ 35 และ 525 ตามลำดับ แล้ว $m+n$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

3. วงรีรูปหนึ่งมีโฟกัสอยู่ที่ $F_1(2, 1)$ และ $F_2(2, 9)$ ถ้า P เป็นจุดบนวงรีโดยที่ $PF_1 + PF_2 = 10$ แล้ว

ความเยื้องศูนย์กลางของวงรี มีค่าเท่ากับเท่าใด

4. กำหนดให้ θ เป็นมุมระหว่างเวกเตอร์ \vec{u} และ \vec{v}

ถ้า $\vec{u} \cdot \vec{v} = \sqrt{3}$ และ $|\vec{u} \times \vec{v}| = 1$ แล้ว $\sin^2 \theta$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

5. จำนวนจริง x ที่สอดคล้องสมการ

$$\log_4 x = \log_9 3 + \log_3 9$$

มีค่าเท่ากับเท่าใด

6. กำหนดให้ A เป็นเมทริกซ์ขนาด 3×3 ซึ่ง $A = [a_{ij}]$ และ $\det A = 10$

$$\text{ถ้า } B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2a_{11} & 2a_{12} & 2a_{13} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \text{ แล้ว}$$

$\det(A+B)$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

7. ถ้า 2, 5, 8, 10, 12, 15, 18 เป็นข้อมูลของกลุ่มตัวอย่างกลุ่มหนึ่งของประชากร

ความแปรปรวนของตัวอย่างกลุ่มนี้เท่ากับเท่าใด

8. ร้านขายไอศกรีมแห่งหนึ่ง มีไอศกรีม 10 รส โดยมีรสกะทิเป็น 1 ใน 10 รส ในวันเด็ก ร้านนี้ได้แจกไอศกรีมฟรี ให้แก่เด็กคนละ 1 ถ้วยๆ ละ 2 รส ถ้าสุ่มเด็กที่ได้รับแจกไอศกรีมมาหนึ่งคน ความน่าจะเป็นที่ถ้วยไอศกรีมของเด็กคนนั้น ไม่มีรสกะทิเท่ากับเท่าใด

9. กำหนดให้ $f(x) = x^3 + 3ax^2 + 9a^2x + 5a$ เมื่อ a เป็นจำนวนจริงบวก ถ้า f มีค่าต่ำสุดสัมพัทธ์เท่ากับ 0 แล้ว a มีค่าเท่ากับเท่าไร

10. ถ้า a_n เป็นลำดับของจำนวนจริงบวก ซึ่ง $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ หาค่าได้ และ $a_n = \sqrt{\frac{1+2n}{n}} + a_n$ แล้ว $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ เท่ากับเท่าใด

ตอนที่ 2 แบบปรนัย 5 ตัวเลือก เลือก 1 คำตอบที่ถูกต้องที่สุด

จำนวน 20 ข้อ ข้อละ 4 คะแนน รวม 80 คะแนน

11. เศษเหลือที่ได้จากการหาร

$$(995)^{16} + (996)^8 + (997)^4 + (998)^2 + 999 \text{ ด้วย } 7$$

เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 1

2. 2

3. 4

4. 5

5. 6

12. จำนวนเต็ม x ที่สอดคล้องกับอสมการ

$$||100+x| - |100-x|| < 100$$

มีจำนวนทั้งหมดเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 49

2. 50

3. 51

4. 99

5. 100

13. ถ้า A และ B เป็นเซตของจำนวนเชิงซ้อน โดยที่

$$A = \{ Z \mid Z^{12} = 1 \}$$

และ $B = \{ Z \mid Z^{18} - Z^9 - 2 = 0 \}$

แล้ว จำนวนสมาชิกของ $A \cap B$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 1

2. 2

3. 3

4. 6

5. 8

14. ถ้า \vec{u} และ \vec{v} เป็นเวกเตอร์ใน 3 มิติ โดยที่ $(\vec{u} + \vec{v}) \times (\vec{u} - \vec{v}) = 2\vec{i} - 4\vec{j} + \sqrt{5}\vec{k}$

แล้ว $|3\vec{u} \times 3\vec{v}|$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{15}{4}$

2. $\frac{15}{2}$

3. $\frac{25}{3}$

4. $\frac{35}{4}$

5. $\frac{45}{2}$

15. กำหนดให้ H เป็นไฮเพอร์โบลา $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{2} = 1$ และ P เป็นจุดบน H

พิจารณาข้อความต่อไปนี้

(ก) ผลคูณของความชันของเส้นกำกับทั้งสองของ H มีค่าเท่ากับ $-\frac{1}{4}$

(ข) $(PF_1, PE_2) = 32$ เมื่อ $F_1 = (\sqrt{10}, 0)$ และ $F_2 = (-\sqrt{10}, 0)$

(ค) จุด P ไม่เป็นสมาชิกของเซต $\{(x,y) \mid x > 0 \text{ และ } y > \frac{x}{2}\}$

(ง) ผลคูณของระยะทางจาก P ไปยังเส้นกำกับทั้งสองของ H มีค่าคงตัวเท่ากับ $\frac{8}{5}$

จำนวนข้อความที่ถูกต้องเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 0

2. 1

3. 2

4. 3

5. 4

16. กำหนดให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมซึ่งมีด้าน AB และ AC ยาวเท่ากับ 3 หน่วย และ 5 หน่วยตามลำดับ

ถ้า $\arccos\left(-\frac{1}{15}\right) = B + C$ แล้ว ด้าน BC ยาวเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $4\sqrt{2}$ หน่วย

2. $4\sqrt{3}$ หน่วย

3. $4\sqrt{5}$ หน่วย

4. $5\sqrt{2}$ หน่วย

5. $5\sqrt{3}$ หน่วย

17. ผลบวกของคำตอบทั้งหมดของสมการ

$$x^{\log_2 x+1} = 64$$

เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{33}{8}$

2. $\frac{31}{4}$

3. $\frac{33}{4}$

4. 4

5. 8

18. ในระบบสมการเชิงเส้นที่มี 3 สมการ และ 3 ตัวแปร x, y, z

ถ้าหา z ได้เท่ากับ $\frac{\begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & -3 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & -3 & 4 \\ 1 & 0 & 2 \end{vmatrix}}$ จากการใช้งานของคราเมอร์

แล้ว $x + y$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. -4

2. -2

3. 2

4. 4

5. 6

19. กำหนดให้ A, B และ C เป็นเมทริกซ์จัตุรัส และ I เป็นเมทริกซ์เอกลักษณ์

โดยที่ A, B, C และ I มีมิติเท่ากัน พิจารณาข้อความต่อไปนี้

(ก) ถ้า $AB = AC$ แล้ว $B = C$

(ข) ถ้า $A^2 = I$ แล้ว $A^{-1} = A$

(ค) ถ้า $AB = I$ และ $CA = I$ แล้ว $B = C$

(ง) ถ้า $AB = I$ แล้ว $\text{adj}(B) = [\det(A)]A$

จำนวนข้อความที่ถูกต้องเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 0

2. 1

3. 2

4. 3

5. 4

20. จำนวนนับที่มีค่ามากกว่าเจ็ดแสนที่ได้จากการนำเลขโดด 0, 7, 7, 8, 8, 9 มาจัดเรียง มีจำนวนทั้งหมดเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 120

2. 150

3. 250

4. 350

5. 550

21. คะแนนสอบของนักเรียนกลุ่มหนึ่ง มีการแจกแจงปกติ โดยมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

เท่ากับ 10 คะแนน ถ้านักเรียนที่สอบได้น้อยกว่า 40 คะแนนมี 33% แล้ว

จำนวนเปอร์เซ็นต์ของนักเรียนที่สอบได้ระหว่าง 50 และ 60 คะแนน เท่ากับข้อใด

Z	0.44	0.56	1.44	1.56	1.7	2.44
พื้นที่ใต้เส้นโค้ง	0.17	0.2123	0.4251	0.4406	0.4554	0.4927

1. 6.76%

2. 22.83%

3. 25.51%

4. 35.51%

5. 45.83%

22. ข้อมูลชุดหนึ่งประกอบด้วย x , 3.5 , 12 , 7 , 8.5 , 8 , 5 โดยที่ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลชุดนี้

เท่ากับมัธยฐาน และไม่มีฐานนิยม ถ้า R คือพิสัยของข้อมูลชุดนี้ แล้ว $R - x$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{7}{6}$

2. $\frac{5}{2}$

3. 3

4. $\frac{7}{2}$

5. 4

23. ถ้า $f(x)$ เป็นฟังก์ชันซึ่งเส้นตรง $2y = 3x + 2$ สัมผัสกราฟของ $y = f(x)$

ที่จุด $(0, 1)$ แล้ว $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - 1}{x}$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $-\frac{3}{2}$

2. $-\frac{1}{2}$

3. $\frac{3}{2}$

4. 2

5. $\frac{5}{2}$

24. กำหนดให้ $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ เป็นลำดับเลขคณิต

โดยที่ $a_1 = 4, a_2 = 1, a_3 = 121$

ถ้า $f(x) = (x+a_1x) + (x^2+a_2x) + \dots + (x^n+a_nx)$

แล้ว $f'(-1)$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 2400

2. 2420

3. 2446

4. 2460

5. 2480

25. ถ้า a_1, a_2, \dots, a_{20} เป็นลำดับเลขคณิต ซึ่งมีผลตั้งรวมเท่ากับ $\frac{2}{21}$ แล้ว ผลรวม

$$\frac{1}{21(a_{20} - a_1)} + \frac{1}{19(a_{19} - a_2)} + \frac{1}{17(a_{18} - a_{31})} + \dots + \frac{1}{5(a_{12} - a_9)} + \frac{1}{3(a_{11} - a_{10})}$$

มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{1}{5}$

2. $\frac{1}{2}$

3. 1

4. 2

5. 5

26. กำหนดให้ $S = \{ [a_{ij}]_{3 \times 3} \mid a_{ij} \in \{-1, 1\} \}$

ถ้าสุ่มหยิบเมทริกซ์จากเซต S มา 1 เมทริกซ์ แล้ว ความน่าจะเป็นที่จะได้เมทริกซ์ ซึ่งผลรวมของสมาชิกทั้งหมดเท่ากับ 3 มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{23}{2^9}$

2. $\frac{21}{2^8}$

3. $\frac{21}{2^7}$

4. $\frac{19}{2^6}$

5. $\frac{23}{2^6}$

27. กำหนดให้ A และ B เป็นเซตของจำนวนเชิงซ้อน โดยที่

$$A = \{Z \mid \text{Im}(Z - 2i) + [\text{Re}(Z)]^2 \leq 0\}$$

และ $B = \{Z \mid \text{Im}(Z) \geq 0\}$

พื้นที่ของบริเวณ $A \cap B$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{8\sqrt{2}}{3}$ ตารางหน่วย

2. $\frac{10\sqrt{2}}{3}$ ตารางหน่วย

3. $\frac{11\sqrt{2}}{3}$ ตารางหน่วย

4. $\frac{7\sqrt{3}}{2}$ ตารางหน่วย

5. $\frac{9\sqrt{3}}{2}$ ตารางหน่วย

28. ถ้า $x-1$ หารพหุนาม $P(x)$ แล้ว เหลือเศษ -1

พิจารณาข้อความต่อไปนี้

(ก) $x-1$ หาร $-P(x)$ เหลือเศษ -1

(ข) $x-1$ หาร $P^2(x)$ เหลือเศษ 1

(ค) $x+1$ หาร $P(-x)$ เหลือเศษ 1

(ง) $x+1$ หาร $-P(-x)$ เหลือเศษ 1

จำนวนข้อความที่ถูกต้องเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 0

2. 1

3. 2

4. 3

5. 4

29. กำหนดให้ $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ เป็นลำดับเรขาคณิต

ซึ่งมี r เป็นอัตราส่วนร่วม เมื่อ $0 < r < 1$

ถ้า $G_n = (a_1 a_2 \dots a_n)^{\frac{1}{n}}$ แล้ว $\sum_{n=1}^{\infty} G_n$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{a_1}{1-r^2}$

2. $\frac{a_1}{\sqrt{1-r}}$

3. $\frac{a_1}{1-r^2}$

4. $\frac{a_1}{\sqrt{1-r^2}}$

5. $\frac{a_1}{\sqrt{1-r^2}}$

30. ถ้า $S_n = \sum_{k=1}^n i^k$ เมื่อ i คือจำนวนเชิงซ้อน ซึ่ง $i^2 = -1$ แล้ว

จำนวนนับ $n \in \{10, 11, \dots, 100\}$ ที่ทำให้ $S_n = -1$

มีจำนวนทั้งหมดเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 21

2. 23

3. 25

4. 31

5. 33