

# ข้อสอบคณิตศาสตร์

## ชุดที่ 3

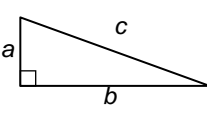
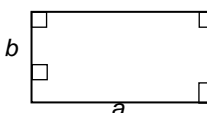
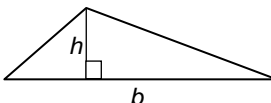

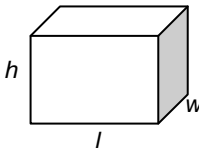
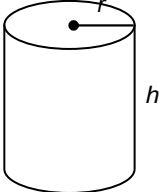
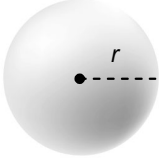
โครงการประเมินผลนักเรียนนานาชาติ (PISA)

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.)



## ตารางสูตร

ข้างล่างนี้ เป็นสูตรที่เตรียมไว้สำหรับช่วยนักเรียนตอบคำถามคณิตศาสตร์บางข้อ

แผนผัง	คำอธิบาย	สูตร
	กฎพีทาโกรัส ใช้สำหรับสามเหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งมีด้านเป็น $a$ , $b$ และ $c$ โดยที่ $c$ เป็นด้านตรงข้ามมุมฉาก	$a^2 + b^2 = c^2$
	พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งมี ความยาว $a$ และความกว้าง $b$	พื้นที่ = $a \times b$
	พื้นที่รูปสามเหลี่ยม ซึ่งมีความสูงของ เส้นตั้งฉาก $h$ และ ฐาน $b$	พื้นที่ = $\frac{1}{2}b \times h$
	เส้นรอบวงของวงกลม ซึ่งมีรัศมี $r$	เส้นรอบวง = $2 \times \pi \times r$
	พื้นที่วงกลม ซึ่งมีรัศมี $r$	พื้นที่ = $\pi \times r^2$
	ปริมาตรลูกบาศก์ (ปริซึมสี่เหลี่ยมมุมฉาก) ซึ่งมีความยาว $l$ ความกว้าง $w$ และ ความสูง $h$	ปริมาตร = $l \times w \times h$
	พื้นที่ผิวทรงกระบอกปิด ซึ่งมีรัศมี $r$ และ ความสูง $h$	พื้นที่ = $2 \times \pi \times r^2 + 2 \times \pi \times r \times h$ = $2 \times \pi \times r \times (r + h)$
	ปริมาตรทรงกระบอก ซึ่งมีรัศมี $r$ และ ความสูง $h$	ปริมาตร = $\pi \times r^2 \times h$
	พื้นที่ผิวทรงกลม ซึ่งมีรัศมี $r$	พื้นที่ = $4 \times \pi \times r^2$
	ปริมาตรทรงกลม ซึ่งมีรัศมี $r$	ปริมาตร = $\frac{4}{3} \times \pi \times r^3$

หมายเหตุ: นักเรียนสามารถใช้ 3.14 หรือ  $\frac{22}{7}$  ในการประมาณค่าของ  $\pi$

---

## คำชี้แจง

---

ในแบบทดสอบชุดนี้ นักเรียนจะพบคำถามเกี่ยวกับคณิตศาสตร์

ให้นักเรียนอ่านคำถามทุกข้ออย่างละเอียดรอบคอบ แล้วตอบคำถามให้ดีที่สุดเท่าที่จะทำได้

บางคำถามจะมีคำตอบให้เลือกสี่คำตอบหรือมากกว่า แต่ละคำตอบจะมีตัวเลขแสดงอยู่ข้างหน้า คำถามประเภทนี้ ให้นักเรียนวงกลมล้อมรอบตัวเลขที่อยู่หน้าคำตอบที่นักเรียนคิดว่าถูกต้อง

บางข้อมีคำถามให้นักเรียนตอบหลายคำตอบ โดยให้วงกลมล้อมรอบคำตอบเดียวในแต่ละแถว

สำหรับคำถามอื่นๆ นักเรียนจะต้องเขียนคำตอบสั้นๆ ในที่ว่างที่เตรียมไว้ในแบบทดสอบของนักเรียน คำถามเหล่านี้นักเรียนอาจต้องเขียนคำตอบเป็นตัวหนังสือ วาดภาพ และ/หรือเขียนตัวเลข

บางคำถามต้องการให้นักเรียนอธิบายคำตอบหรือให้เหตุผลประกอบคำตอบของนักเรียน คำถามเหล่านี้มีคำตอบถูกต้องหลายคำตอบ นักเรียนจะได้คะแนนจากวิธีที่นักเรียนแสดงความเข้าใจของนักเรียนที่มีต่อคำถาม และลักษณะการคิดที่นักเรียนแสดงออกมา นักเรียนควรเขียนคำตอบของนักเรียนในเส้นบรรทัดที่กำหนดไว้ให้ จำนวนเส้นบรรทัดจะเป็นตัวบอกความยาวอย่างคร่าวๆ ที่นักเรียนควรเขียนตอบ

สำหรับโจทย์คณิตศาสตร์ บางครั้งจะมีพื้นที่ว่างแทนเส้นบรรทัดสำหรับให้นักเรียนเขียนคำตอบ ให้นักเรียนใช้พื้นที่ว่างนั้นแสดงวิธีทำทั้งหมด

บางคำถาม จะมีการใช้หน่วยของเงินที่สมมติขึ้นเป็น “เซต” ซึ่งหน่วยของเงินนี้ใช้กับประเทศที่สมมติขึ้นคือประเทศ “เซตแลนด์”

มีตารางสูตรใส่ไว้ที่ด้านในของปกหน้าของแบบทดสอบ เพื่อใช้ในการทำโจทย์คณิตศาสตร์

ข้อสอบการอ่านเหล่านี้ เป็นข้อสอบที่เคยถูกนำมาใช้ในการประเมินผลของโครงการประเมินผลนักเรียนนานาชาติ (*Programme for International Student Assessment* หรือ **PISA**) ซึ่งบางข้อถูกใช้ในการประเมินผลจริง และบางข้อถูกใช้ในการทดลองภาคสนาม ทั้งนี้ ข้อสอบเหล่านี้ยอมให้เผยแพร่ต่อสาธารณชนแล้ว

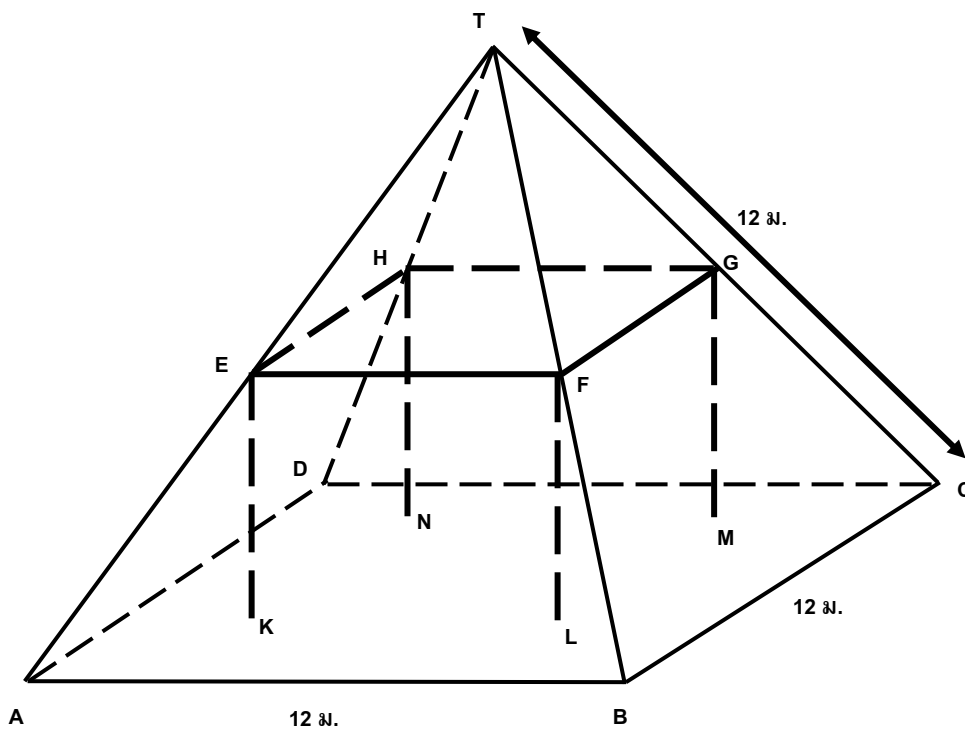
---

# โรงงาน

โรงงานหลังหนึ่งมีหลังคาเป็นทรงพีระมิด ดังรูป



และข้างล่างเป็นรูปที่นักเรียนคณิตศาสตร์ ทำแบบจำลองของหลังคา พร้อมกับบอกระยะกำกับไว้ด้วย



พื้นพาดาน ABCD เป็นสี่เหลี่ยมจัตุรัส คานที่รองรับน้ำหนักของหลังคา คือขอบของรูปเหลี่ยมทรงตัน EFGHKL MN (ปริซึมรูปสี่เหลี่ยม) E เป็นจุดกึ่งกลางของส่วนของเส้น AT จุด F เป็นจุดกึ่งกลางของส่วนของเส้นตรง BT จุด G เป็นจุดกึ่งกลางของส่วนของเส้นตรง CT จุด H เป็นจุดกึ่งกลางของส่วนของเส้นตรง DT สันของพีระมิดทุกด้าน ยาว 12 เมตรเท่ากัน

---

**คำถามที่ 1 : โรงงาน**

M037Q01

จงคำนวณพื้นที่เพดาน ABCD

พื้นที่ของพื้นเพดาน ABCD = \_\_\_\_\_ ตารางเมตร

---

**คำถามที่ 2 : โรงงาน**

M037Q02

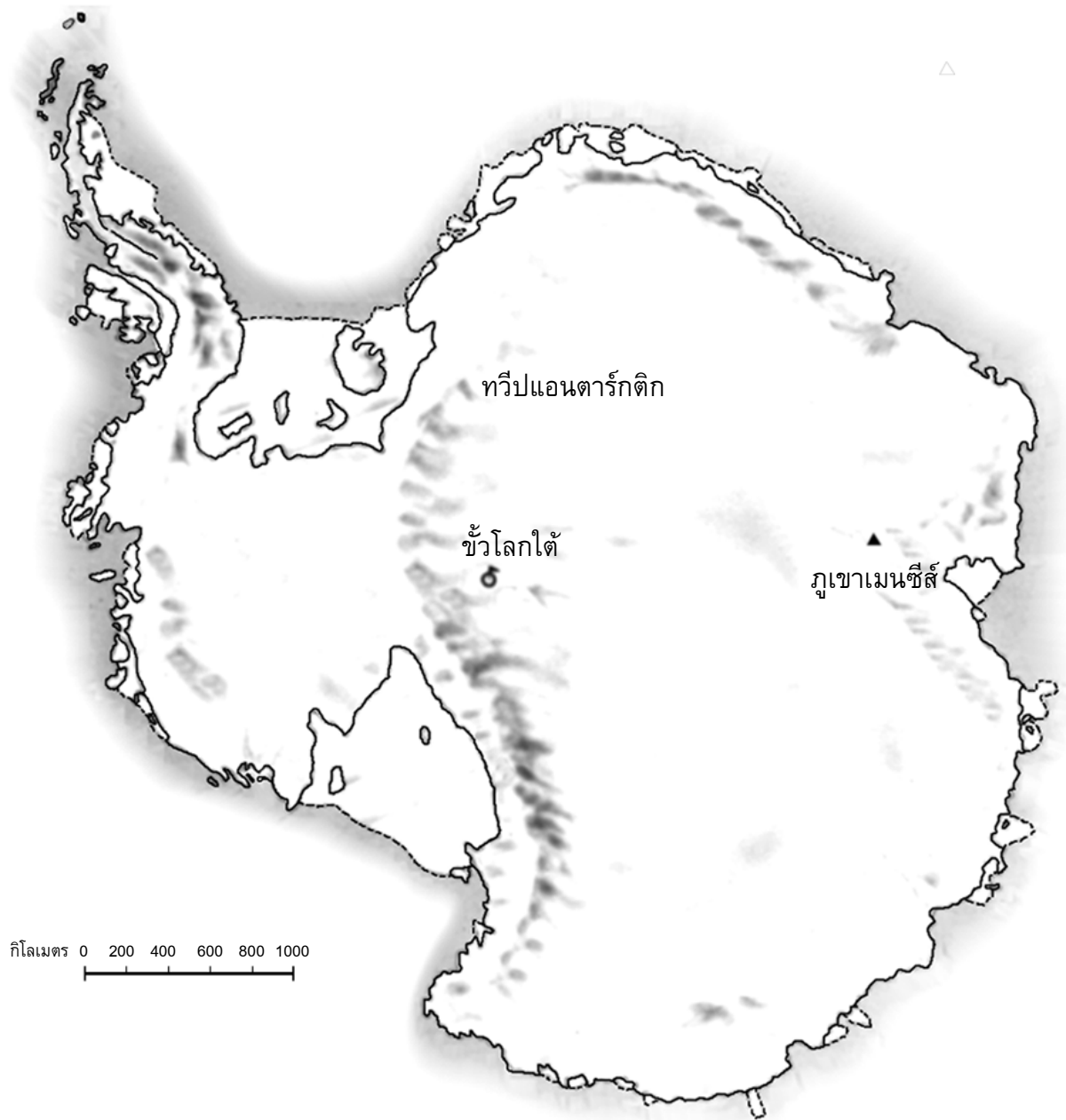
จงคำนวณความยาวของส่วนของเส้นตรง EF

ความยาวของส่วนของเส้นตรง EF = \_\_\_\_\_ เมตร

---

# พื้นที่ทวีป

ภาพข้างล่างคือ แผนที่ของทวีปแอนตาร์กติกา



---

**คำถามที่ 3 : พื้นที่ทวีป**

M148Q02 – 01 02 11 12 13 14 21 22 23 24 25 99

จงหาค่าโดยประมาณของพื้นที่ของทวีปแอนตาร์กติกา โดยใช้มาตราส่วนในแผนที่อธิบายวิธีการประมาณหาพื้นที่นี้ด้วย (นักเรียนสามารถลากเส้นในแผนที่ที่กำหนดมาให้ได้ ถ้ามันจะช่วยให้การประมาณง่ายขึ้น)

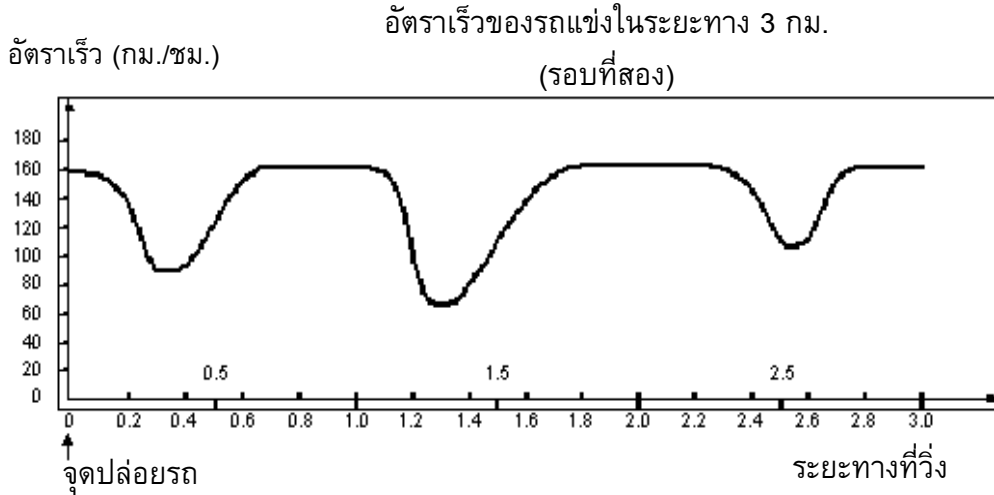
.....

.....

---

## ความเร็วของรถแข่ง

กราฟต่อไปนี้แสดงให้เห็นการเปลี่ยนแปลงความเร็วของรถแข่งคันหนึ่ง ที่วิ่งในสนามแข่งทางราบ ระยะทาง 3 กิโลเมตร



---

### คำถามที่ 4 : รถแข่ง

M159Q01

ระยะทางโดยประมาณจากจุดปล่อยรถจนถึงจุดเริ่มต้นของส่วนที่เป็นทางตรงยาวที่สุดของสนามแข่ง เป็นระยะทางเท่าไร

1. 0.5 กิโลเมตร
2. 1.5 กิโลเมตร
3. 2.3 กิโลเมตร
4. 2.6 กิโลเมตร

---

### คำถามที่ 5 : รถแข่ง

M159Q02

อัตราเร็วที่ต่ำสุดในระยะที่สองของรถแข่งคันนี้เกิดขึ้น ณ จุดไหน

1. ที่จุดเริ่มต้น
2. ที่ประมาณกิโลเมตรที่ 0.8
3. ที่ประมาณกิโลเมตรที่ 1.3
4. ครึ่งรอบสนาม



---

**คำถามที่ 6 : รถแข่ง**

M159Q03

อัตราเร็วของรถแข่งระหว่างกิโลเมตรที่ 2.6 และกิโลเมตรที่ 2.8 เป็นอย่างไร

1. อัตราเร็วคงที่
2. อัตราเร็วเพิ่มขึ้น
3. อัตราเร็วลดลง
4. ไม่สามารถบอกอัตราเร็วได้จากกราฟ

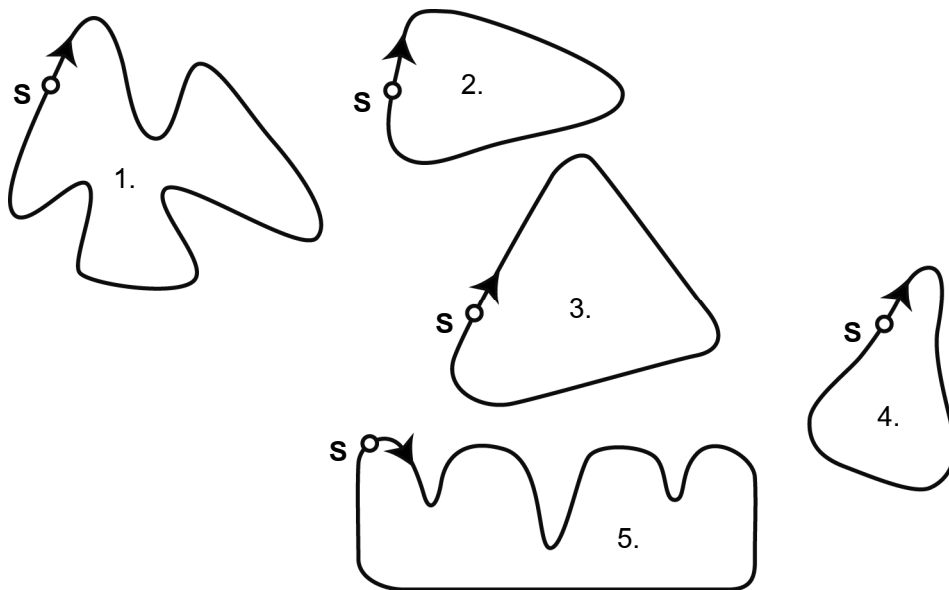
---

**คำถามที่ 7 : รถแข่ง**

M159Q04

ภาพต่อไปนี้ คือ ทางวิ่งของสนามแข่งรถห้าแบบด้วยกัน

สนามแข่งรถที่ทำให้รถมีอัตราเร็วสอดคล้องกับกราฟข้างต้น สนามแข่งควรจะมีลักษณะอย่างไร



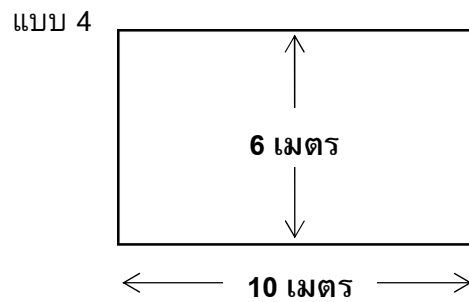
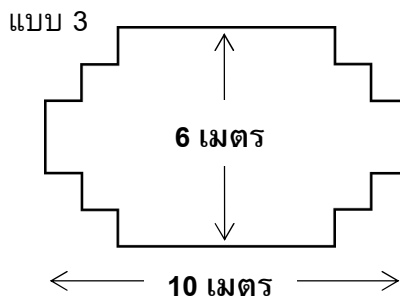
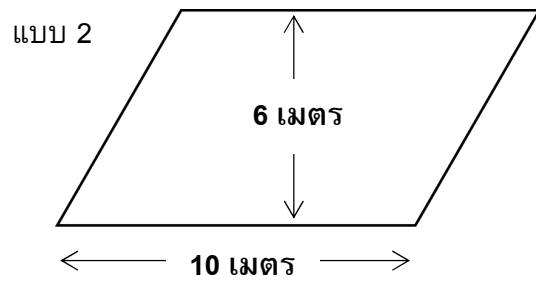
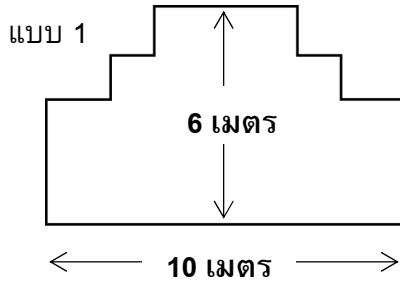
S: จุดปล่อยรถ

## ช่างไม้

### คำถามที่ 8 : ช่างไม้

M266Q01

ช่างไม้มีกระดานยาว 32 เมตร และต้องการใช้ไม้นี้ล้อมกรอบสวนหย่อม เขามีแบบสวนหย่อมที่คิดไว้ 4 แบบ ดังนี้



จงเขียนวงกลมรอบคำว่า “ใช่” หรือ “ไม่ใช่” เพื่อบอกว่าสวนหย่อมแต่ละแบบสามารถล้อมกรอบด้วยไม้กระดาน 32 เมตรนี้ได้ใช่หรือไม่

แบบสวนหย่อม	ตามแบบนี้สามารถล้อมกรอบสวนหย่อมด้วยไม้ 32 เมตร ได้ใช่หรือไม่
แบบ 1	ใช่ / ไม่ใช่
แบบ 2	ใช่ / ไม่ใช่
แบบ 3	ใช่ / ไม่ใช่
แบบ 4	ใช่ / ไม่ใช่

---

## แบบทดสอบวิทยาศาสตร์

### คำถามที่ 9 : แบบทดสอบวิทยาศาสตร์

M468Q01

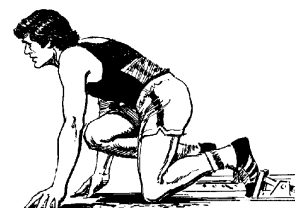
ครูวิทยาศาสตร์ในโรงเรียนของเหม่ย หลัง ได้ทดสอบวิทยาศาสตร์โดยมีคะแนนเต็มชุดละ 100 คะแนนเหม่ย หลัง ได้คะแนนเฉลี่ยจากแบบทดสอบวิทยาศาสตร์ชุดแรก เท่ากับ 60 คะแนน ส่วนชุดที่ห้า เธอทำได้ 80 คะแนน

ค่าเฉลี่ยของคะแนนแบบทดสอบวิทยาศาสตร์ทั้งห้าชุดของ เหม่ย หลัง เท่ากับเท่าใด

ค่าเฉลี่ย: .....

## เวลาในการตอบสนอง

ในการวิ่งอย่างเต็มกำลังครั้งหนึ่ง 'เวลาในการตอบสนอง' คือช่วงเวลาตั้งแต่เริ่มยืมปีนจนถึงเวลาที่นักกีฬาออกจากจุดเริ่มต้น และ 'เวลารวมสุดท้าย' คือผลรวมของเวลาการตอบสนองและเวลาวิ่ง



ตารางต่อไปนี้แสดงเวลาในการตอบสนองและเวลารวมสุดท้ายของนักวิ่ง 8 คนในการแข่งขันวิ่ง 100 เมตร

ลู่วิ่งที่	เวลาในการตอบสนอง (วินาที)	เวลารวมสุดท้าย (วินาที)
1	0.147	10.09
2	0.136	9.99
3	0.197	9.87
4	0.180	ไม่จบการแข่งขัน
5	0.210	10.17
6	0.216	10.04
7	0.174	10.08
8	0.193	10.13

### คำถามที่ 10 : เวลาในการตอบสนอง

M432Q01 - 0 1 9

จงหาผู้ที่ได้เหรียญทอง เหรียญเงิน และเหรียญทองแดงจากการแข่งขันครั้งนี้ จงเติมคำตอบลงในตารางว่าลู่วิ่งใดได้เหรียญรางวัลพร้อมทั้งเวลาในการตอบสนอง และเวลารวมสุดท้าย

เหรียญ	ลู่วิ่งที่	เวลาในการตอบสนอง (วินาที)	เวลารวมสุดท้าย (วินาที)
ทอง			
เงิน			
ทองแดง			

ทุกวันนี้ไม่มีใครใดสามารถทำเวลาการตอบสนองได้น้อยกว่า 0.110 วินาที

ถ้าการบันทึกเวลาในการตอบสนองของนักวิ่งน้อยกว่า 0.110 วินาทีแล้ว ต้องมีการพิจารณาว่ามีข้อผิดพลาดของการเริ่มวิ่งเกิดขึ้น เพราะว่่านักวิ่งต้องออกวิ่งจากจุดเริ่มต้นก่อนได้ยินเสียงปืน

ถ้าผู้ได้เหรียญทองแดงทำเวลาในการตอบสนองได้เร็วขึ้น เขาจะมีโอกาสที่จะได้เหรียญเงินหรือไม่ ให้คำอธิบายสนับสนุนคำตอบ

.....

.....

.....

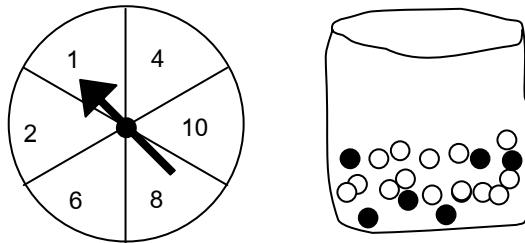
---

## งานวัด

### คำถามที่ 12 : งานวัด

M471Q01

ร้านเล่นเกมร้านหนึ่งในงานวัด การเล่นเกมนี้เริ่มด้วยหมุนวงล้อ ถ้าวงล้อหยุดที่เลขคู่ ผู้เล่นจะได้หยิบลูกหินในถุง วงล้อและลูกหินที่อยู่ในถุง แสดงในรูปข้างล่างนี้



ผู้เล่นจะได้รับรางวัลเมื่อเขาหยิบได้ลูกหินสีดำ สมพรเล่นเกม 1 ครั้ง

ความเป็นไปได้ที่สมพรจะได้รับรางวัลเป็นอย่างไร

1. เป็นไปไม่ได้ที่จะได้รับรางวัล
2. เป็นไปได้น้อยมากที่จะได้รับรางวัล
3. จะได้รับรางวัลประมาณ 50%
4. เป็นไปได้มากที่จะได้รับรางวัล
5. ได้รับรางวัลแน่นอน

---

## ขยะ

คำถามที่ 13 : ขยะ

M505Q01 - 0 1 9

ในการทำการบ้านเรื่องสิ่งแวดล้อม นักเรียนได้รวบรวมข้อมูลเกี่ยวกับระยะเวลาการสลายตัวของขยะชนิดต่างๆ ที่ประชาชนทั่วไปได้ดังนี้

ชนิดของขยะ	ระยะเวลาการสลายตัว
เปลือกกล้วย	1-3 ปี
เปลือกส้ม	1-3 ปี
กล่องกระดาษแข็ง	0.5 ปี
หมากฝรั่ง	20-25 ปี
หนังสือพิมพ์	2-3 วัน
ถ้วยพลาสติก	มากกว่า 100 ปี

นักเรียนคนหนึ่งคิดที่จะแสดงข้อมูลเหล่านี้เป็นกราฟแท่ง

จงให้เหตุผลมาหนึ่งข้อว่า ทำไมกราฟแท่งจึงไม่เหมาะสมในการแสดงข้อมูลเหล่านี้

.....

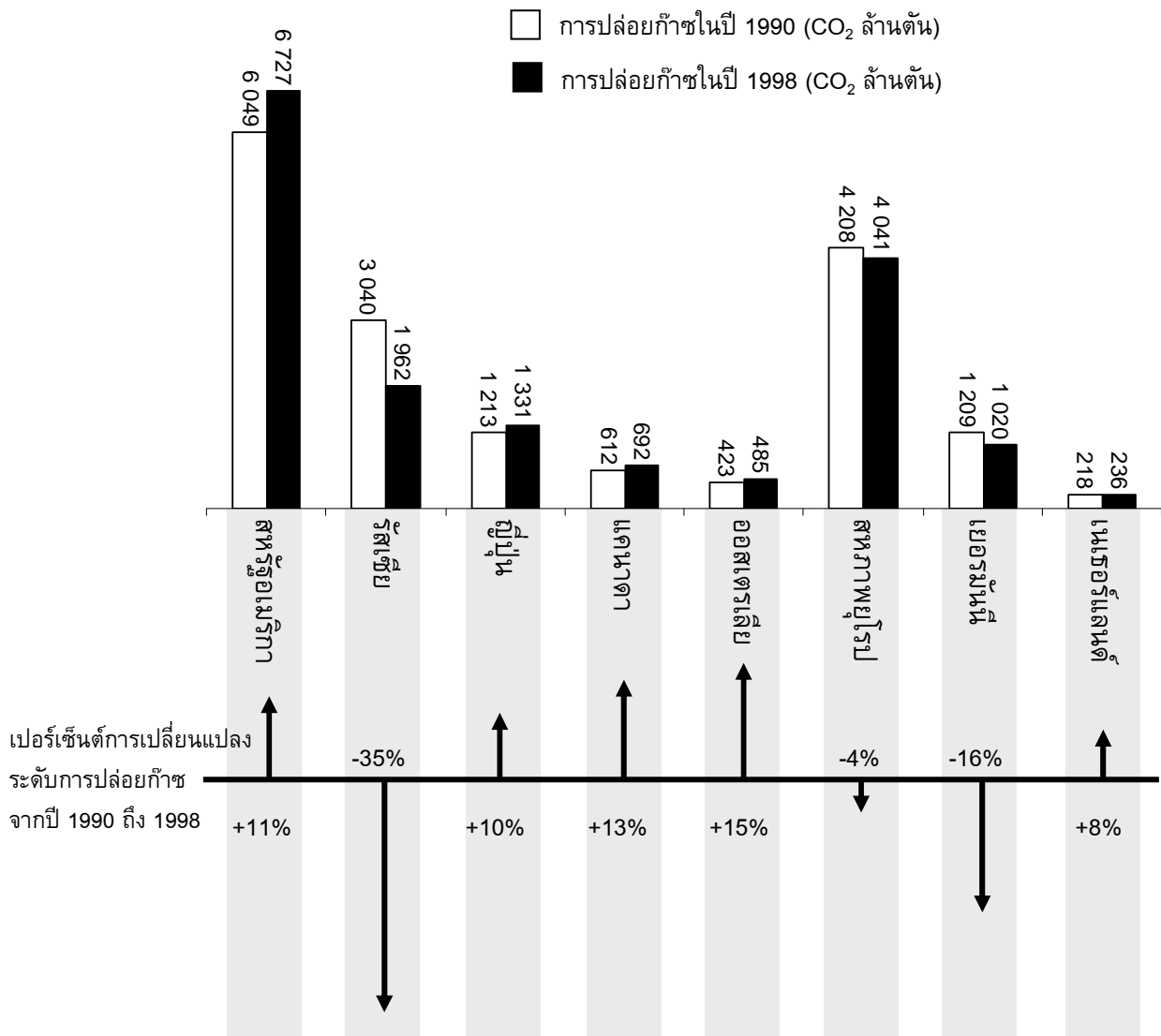
.....

.....

## การลดระดับ CO<sub>2</sub>

นักวิทยาศาสตร์หลายคน กลัวว่าการเพิ่มของก๊าซ CO<sub>2</sub> ในชั้นบรรยากาศของเรา ทำให้ภูมิอากาศเปลี่ยนแปลง

แผนผังด้านล่างแสดงระดับการปล่อยก๊าซ CO<sub>2</sub> ในปี 1990 (แท่งไม่มีสี) ในประเทศ (หรือภูมิภาค) ต่าง ๆ ระดับการปล่อยก๊าซ CO<sub>2</sub> ในปี 1998 (แท่งทึบ) และเปอร์เซ็นต์การเปลี่ยนแปลงระดับการปล่อยก๊าซ ระหว่างปี 1990 และ 1998 (แสดงด้วยลูกศร และตัวเลขเป็น %)





---

**คำถามที่ 14 : การลดระดับ CO<sub>2</sub>**

M525Q01 - 0 1 2 9

ในแผนผังอ่านได้ว่า การเพิ่มระดับการปล่อยก๊าซ CO<sub>2</sub> ในสหรัฐอเมริกา จากปี 1990 ถึง 1998 เป็น 11%

จงแสดงการคำนวณว่าได้ 11% มาอย่างไร

.....

.....

.....

.....

---

**คำถามที่ 15 : การลดระดับ CO<sub>2</sub>**

M525Q02 - 0 1 9

มานีวิเคราะห์แผนผังและอ้างว่า เธอพบความผิดพลาดของเปอร์เซ็นต์การเปลี่ยนแปลงระดับการปล่อยก๊าซ “ค่าเปอร์เซ็นต์ลดลงในเยอรมัน (16%) มากกว่าเปอร์เซ็นต์ที่ลดลงในสหภาพยุโรปทั้งหมด (ทั้งหมด 4%)” ซึ่งเป็นไปไม่ได้ เพราะเยอรมนีเป็นส่วนหนึ่งของสหภาพยุโรป

นักเรียนเห็นด้วยกับมานีหรือไม่ว่าเป็นไปไม่ได้ พร้อมอธิบายสนับสนุนคำตอบด้วย

.....

.....

.....

.....

---

**คำถามที่ 16 : การลดระดับ CO<sub>2</sub>**

M525Q03 - 0 1 2 9

มานีและนพ อภิปรายกันว่าประเทศใด (ภูมิภาคใด) มีการปล่อยก๊าซ CO<sub>2</sub> เพิ่มขึ้นมากที่สุด แต่ละคนลงข้อสรุปจากแผนผัง แต่ได้ข้อสรุปต่างกัน

จงให้คำตอบที่น่าจะ “ถูกต้อง” สองคำตอบ และอธิบายว่าแต่ละคำตอบนั้นได้มาอย่างไร

.....

.....

.....

.....

---

## การเต้นของหัวใจ

ด้วยเหตุผลทางสุขภาพ มนุษย์ควรจำกัดการออกกำลังกายต่าง ๆ เช่น ระหว่างการเล่นกีฬา ทั้งนี้เพื่อไม่ให้ความถี่ของการเต้นของหัวใจสูงเกินขีดจำกัดหนึ่ง

หลายปีมาแล้วที่ความสัมพันธ์ระหว่างอัตราสูงสุดของการเต้นของหัวใจที่ควรจะเป็นกับอายุของคนให้เป็นไปตามสูตรนี้

$$\text{อัตราสูงสุดของการเต้นของหัวใจที่ควรจะเป็น} = 220 - \text{อายุ}$$

ผลการวิจัยเมื่อเร็วๆ นี้บอกว่า ควรมีการเปลี่ยนแปลงสูตรนี้เล็กน้อย สูตรใหม่เป็นดังนี้

$$\text{อัตราสูงสุดของการเต้นของหัวใจที่ควรจะเป็น} = 208 - (0.7 \times \text{อายุ})$$

---

### คำถามที่ 17 : การเต้นของหัวใจ

M537Q01 - 0 1 9

บทความในหนังสือพิมพ์ระบุว่า “ผลของการใช้สูตรใหม่แทนสูตรเก่า คืออัตราการเต้นสูงสุดของหัวใจต่อนาทีที่ควรจะเป็นในคนหนุ่มสาวลดลงเล็กน้อย และในคนสูงอายุกลับเพิ่มขึ้นเล็กน้อย”

จากอายุเท่าไรขึ้นไปอัตราสูงสุดของการเต้นของหัวใจที่ควรจะเป็นจะเพิ่มขึ้น เนื่องจากการใช้สูตรใหม่จึงแสดงวิธีทำด้วย

.....

.....

.....

---

### คำถามที่ 18 : การเต้นของหัวใจ

M537Q02 - 0 1 9

สูตร  $\text{อัตราสูงสุดของการเต้นของหัวใจที่ควรจะเป็น} = 208 - (0.7 \times \text{อายุ})$  ใช้เพื่อวัดช่วงเวลาการฝึกซ้อมที่มีประสิทธิภาพมากที่สุดด้วย ผลการวิจัยแสดงว่าการฝึกซ้อมมีประสิทธิภาพสูงสุด คือที่ 80% ของอัตราสูงสุดของการเต้นของหัวใจที่ควรจะเป็น

จงเขียนสูตรสำหรับการคำนวณอัตราการเต้นของหัวใจของการฝึกซ้อมที่มีประสิทธิภาพสูงสุด โดยให้แสดงในรูปของอายุด้วย

.....

.....

.....

---

## รูปแบบชั้นบันได

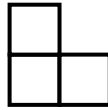
คำถามที่ 19 : รูปแบบชั้นบันได

M806Q01

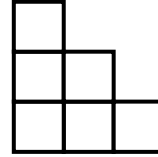
เรวัตสร้างรูปแบบชั้นบันไดโดยใช้รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ดังรูป



ชั้น 1



ชั้น 2



ชั้น 3

จะเห็นว่าเขาใช้รูปสี่เหลี่ยมหนึ่งรูปสำหรับบันได 1 ชั้น สามรูปสำหรับบันได 2 ชั้น และหกรูปสำหรับบันได 3 ชั้น

เขาจะต้องใช้รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสจำนวนกี่รูป เพื่อสร้างบันได 4 ชั้น

คำตอบ: .....รูป